

Vorbereitung

Elektrische Messverfahren
Versuch P1-70, 71, 81

Iris Conradi
Gruppe Mo-02

11. Dezember 2010

Inhaltsverzeichnis

Vorbemerkungen	3
1 Widerstände, Strom und Spannung	4
1.1 Innenwiderstand des μA -Multizets	4
1.2 Innenwiderstand des $AV\Omega$ -Multizets	4
1.3 Bestimmung eines Widerstandes	5
1.4 Wheatstonesche Brückenschaltung	7
1.5 Messung eines Widerstandes direkt mit dem μA -Multizet	8
1.6 Urspannung einer Trockenbatterie, Kompensationsschaltung	8
1.7 Innenwiderstand der Trockenbatterie	8
2 Induktivität und Kapazität	10
2.1 Gleichstromwiderstand der Spule	10
2.2 Induktivität und Verlustwiderstand	10
2.3 Parallelschwingkreis	11
2.4 Wechselstromwiderstände von Spule und Kondensator	11
2.5 Innenwiderstand des Sinusgenerators	12
3 Literaturangaben	13

Vorbemerkungen

Die Stromstärke ist über die Ladungsmenge ΔQ , die in der Zeit Δt durch den Querschnitt eines Leiters fließt, definiert. In vielen Materialien ist die Spannung, also die Potentialdifferenz, proportional zum fließenden Strom. Der Proportionalitätsfaktor wird als Widerstand bezeichnet.

$$U = R \cdot I \tag{1}$$

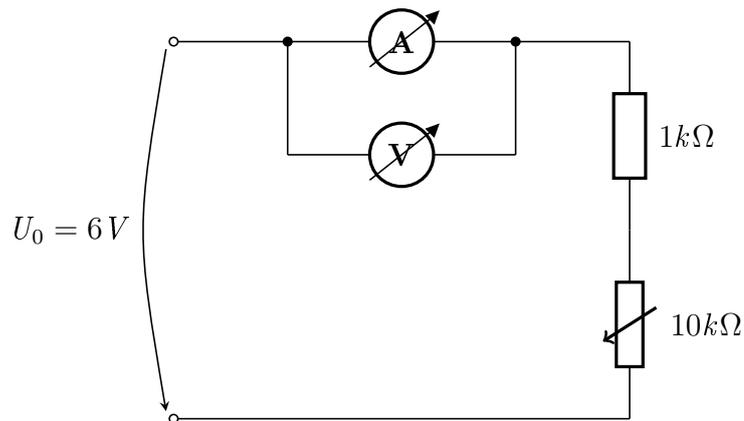


Abbildung 1: Schaltung zu Versuch 1.1

1 Widerstände, Strom und Spannung

1.1 Innenwiderstand des μA -Multizets

Die Abbildung 1 dargestellte Schaltung wird aufgebaut. Jedoch wird zuerst das Spannungsmessgerät noch weggelassen.

Über den regelbaren Widerstand wird ein Strom von 1mA eingestellt. Nun wird das Spannungsmessgerät dazugeschaltet. Über den angezeigten Strom der durch das Messgerät fließt und die darüber abfallende Spannung lässt sich dann mittels

$$R_i^I = \frac{U}{I} \quad (2)$$

der Innenwiderstand des Messgerätes bestimmen.

Laut Herstellerangaben hat das Messgerät in dem Messbereich 1mA einen Innenwiderstand von 180Ω .

1.2 Innenwiderstand des $\text{AV}\Omega$ -Multizets

Zuert nehmen wir an, dass der Gesamtstrom durch die Schaltung bei Zuschalten des Spannungsmessgerätes nicht verändert hat. Dann ist der Strom durch das Spannungsmessgerät die Differenz aus dem Gesamtstrom $I_0 = 1\text{mA}$ und dem am Strommessgerät

abgelesenen Strom. Damit ergibt sich der Innenwiderstand des Spannungsmessgerätes aus:

$$R_i^U = \frac{U}{I_0 - I} \quad (3)$$

Dies ist jedoch nur eine Näherung, denn durch Zuschalten des Spannungsmessgerätes ist der Gesamtwiderstand des Stromkreises verändert worden. Der Gesamtstrom ist also:

$$I_k = \frac{U_0}{R_1 + R_2 + \frac{R_i^U \cdot R_i^I}{R_i^U + R_i^I}} \quad (4)$$

wobei R_1 der feste Widerstand ($1k\Omega$) und R_2 der regelbare Widerstand ist. U_0 ist die an der Schaltung anliegende Spannung von $6V$.

Mit diesem Wert für den Gesamtstrom kann man dann den Innenwiderstand des Spannungsmessgerätes nun genauer bestimmen:

$$R_i^U = \frac{U}{I_k - I} \quad (5)$$

1.3 Bestimmung eines Widerstandes

Spannungsrichtige Messung In Abbildung 2 ist die Schaltung zum spannungsrichtigen Messen dargestellt. Es wird die Spannung über dem zu bestimmenden Widerstand gemessen. Der gemessene Strom ist jedoch der Gesamtstrom durch die Schaltung, der -wie schon oben gesehen- wegen des endlichen Widerstandes des Spannungsmessgerätes von dem Strom durch den Widerstand abweicht. Idealerweise müsste der Innenwiderstand des Spannungsmessgerätes unendlich groß sein. Dann würde sich der Strom in der Parallelschaltung nicht aufteilen.

Ohne Berücksichtigung des Innenwiderstandes, also unter der Annahme, dass das Spannungsmessgerät einen unendlich hohen Widerstand hat, kann der Widerstand R_x einfach mittels:

$$R_x = \frac{U}{I} \quad (6)$$

bestimmt werden.

Unter Berücksichtigung der Innenwiderstände ergibt sich:

$$R_x = \frac{U_{R_x}}{I_{R_x}} = \frac{U}{I - \frac{U}{R_i^U}} \quad (7)$$

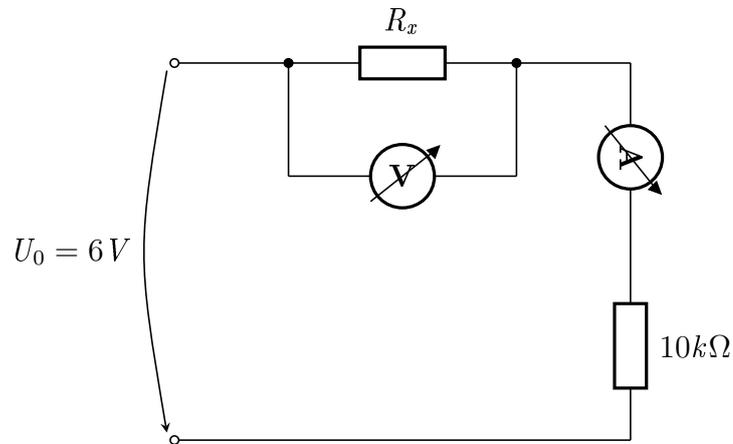


Abbildung 2: Spannungsrichtig

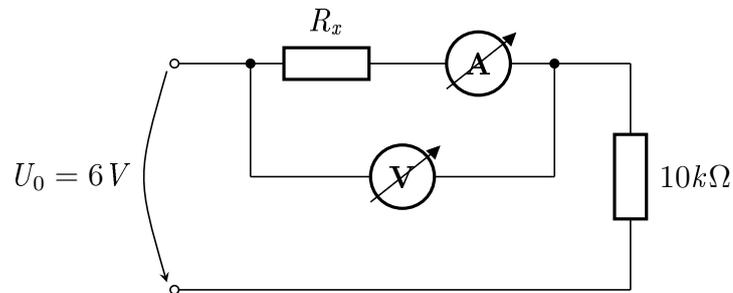


Abbildung 3: Stromrichtig

Stromrichtige Messung Im Abbildung 3 ist die Schaltung zum stromrichtigen Messen dargestellt. Der Strom der am Messgerät angezeigt wird, ist der Strom durch den Widerstand. Die Spannung ist jedoch die Summe der Spannungen über den Widerstand und über den Innenwiderstand des Strommessgerätes. Idealerweise haben Strommessgeräte also einen Innenwiderstand von Null. Dann würde sich die Spannung in der Reihenschaltung der beiden Widerstände nicht aufteilen.

Ohne Berücksichtigung der Innenwiderstände, also unter der Annahme, dass das Strommessgerät einen Widerstand von Null hat, kann der Widerstand R_x einfach mittels:

$$R_x = \frac{U}{I} \quad (8)$$

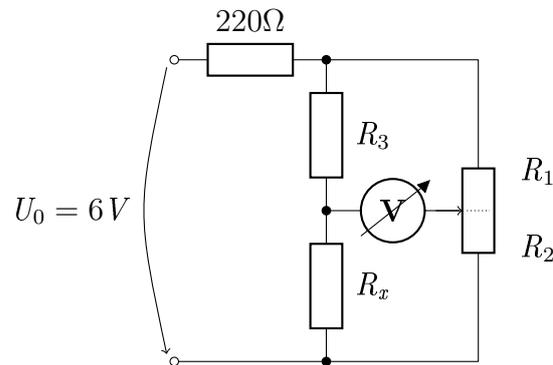


Abbildung 4: Wheatstonesche-Brückenschaltung

bestimmt werden.

Unter Berücksichtigung des Innenwiderstandes ergibt sich:

$$R_x = \frac{U_{R_x}}{I_{R_x}} = \frac{U - R_i^I I}{I} = \frac{U}{I} - R_i^I \quad (9)$$

1.4 Wheatstonesche Brückenschaltung

In Abbildung 4 ist die Wheatstonesche Brückenschaltung dargestellt. Zur Strombegrenzung ist ein 220Ω Widerstand in Reihe geschaltet.

Das Potentiometer soll so eingestellt werden, dass die Potentialdifferenz zwischen den Mitten der beiden Spannungsteiler Null ist, d.h. das Spannungsmessgerät zeigt 0V an. Bei dieser Einstellung haben die beiden Spannungsteiler das gleiche Verhältnis. Es gilt also:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_x} \rightarrow R_x = R_3 \frac{R_2}{R_1} \quad (10)$$

Der Vorteil dieser Schaltung besteht darin, dass der Innenwiderstand des Messgerätes nicht mit eingerechnet werden muss.

1.5 Messung eines Widerstandes direkt mit dem μA -Multizet

Zur Messung des Widerstandes kann man eine konstante Spannung anlegen und den Stromfluss durch den Widerstand messen. Dann gilt, dass

$$I \propto \frac{1}{R_x} \quad (11)$$

somit erhält man eine nichtlineare Skala für den Widerstand.

Wenn man nun aber einen konstanten Strom anlegt und die Spannung misst, dann ist

$$U \propto R_x \quad (12)$$

und es ergibt sich für den Widerstand eine lineare Skala.

1.6 Ursprung einer Trockenbatterie, Kompensationsschaltung

In Abbildung 5 ist das Ersatzschaltbild einer Batterie dargestellt.

Sie hat einen Innenwiderstand. So ist die Spannung an den Anschlüssen der Batterie (Klemmspannung U_K) geringer als die Ursprung U_0 . Um die Ursprung messen zu können, muss man also eine Schaltung entwerfen, die so arbeitet, dass über den Innenwiderstand kein Strom fließt. Dann ist dieser nicht mehr von Bedeutung und $U_K = U_0$. Dazu generiert man sich eine einstellbare Gegenspannung, indem man an die Spannungsquelle U_N an ein Potentiometer anschließt.

In Abbildung 6 ist die Kompensationsschaltung dargestellt. Die einstellbare Spannung (U_H) am Potentiometer wird so gewählt, dass das Voltmeter Null anzeigt. So kann über den Innenwiderstand kein Strom fließen da auf beiden Seiten die gleiche Spannung anliegt. Es gilt also:

$$U_0 = U_K = U_H = U_N \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (13)$$

1.7 Innenwiderstand der Trockenbatterie

Zur Messung des Innenwiderstandes wird die Kompensationsschaltung verwendet. Jedoch wird nach Einstellen des Potentiometers ein Lastwiderstand parallel zur Batterie

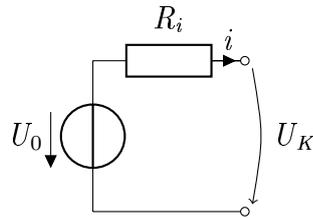


Abbildung 5: Ersatzschaltbild Batterie

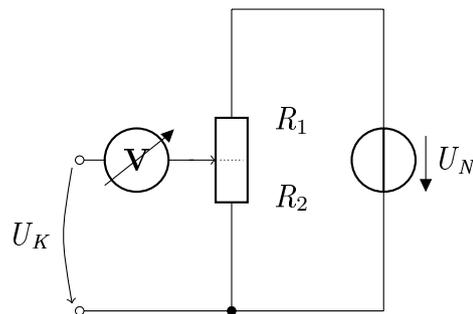


Abbildung 6: Kompensationsschaltung

geschaltet.

Nun wird wieder über das Potentiometer die Gegenspannung entsprechend eingestellt, so dass am Voltmeter Null angezeigt wird.

Augenscheinlich ist die Gegenspannung, die sich wieder über die Einstellung am Potentiometer und der Spannung U_N berechnen lässt, gleich der Spannung U_{R_L} , die am Lastwiderstand abfällt.

Über den Innenwiderstand fließt also ein Strom $I = U_{R_L}/R_L$. Da über das Voltmeter kein Strom fließt, kann man diese Gleichung so aufstellen.

Mit Hilfe der Kirchhoffschen Maschenregel erhält man:

$$U_0 = (R_i + R_L)I \rightarrow R_i = R_L \frac{U_0 - U_{R_L}}{U_{R_L}} = R_L \frac{\Delta U}{U_{R_L}} \quad (14)$$

2 Induktivität und Kapazität

2.1 Gleichstromwiderstand der Spule

Wie in Aufgabe 1.5.

2.2 Induktivität und Verlustwiderstand

Wie schon in der Vorbereitung zum Versuch Ferromagnetische Hysterese erklärt, kann man eine reale -also Verlust behaftete- Spule also Reihenschaltung von einem Verlustwiderstand und einer idealen Spule betrachten. Dies ist dann möglich, wenn die Vorgänge in der Spule nicht von Interesse sind.

Um Induktivität und Verlustwiderstand bestimmen zu können wird die reale Spule mit einem Widerstand in Reihe geschaltet (Schaltung siehe Abbildung 7).

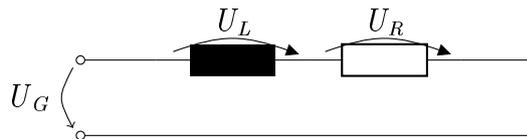


Abbildung 7: Schaltung zu 2.2

Wenn man Gesamtspannung U_G , Spannung über die reale Spule U_L und Spannung über den Vorwiderstand U_R in einem Zeigerdiagramm einzeichnet und dabei beachtet, dass die Spannung über die reale Spule sowohl einen Realteil U_r , als auch einen Imaginärteil U_l hat, kann man mit Hilfe der Kosinussatzes folgende Beziehung herleiten:

$$\cos \varphi = \frac{U_R^2 + U_G^2 - U_L^2}{2U_G U_R} \quad (15)$$

Andererseits gilt auch über die Definition des Cosinus:

$$\cos \varphi = \frac{U_R + U_r}{U_G} \quad (16)$$

Damit ergibt sich:

$$r = R \frac{U_G^2 - U_L^2 - U_R^2}{2U_R^2} \quad (17)$$

Die Impedanz der realen Spule ist :

$$|Z_L| = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2} \quad (18)$$

Dann gilt mit $I = U_R/R$ und $|Z_L| = U_L/I$:

$$L = \frac{R}{\omega U_R} \sqrt{U_L^2 - \frac{1}{4U_R^2}(U_G^2 - U_L^2 - U_R^2)} \quad (19)$$

2.3 Parallelschwingkreis

Auf dem Aufgabenblatt ist das Schaltbild des Parallelschwingkreises mit den zu verwendenden Messgeräten zu sehen.

Die Zeitdifferenz Δt zwischen Eingangs- und Ausgangssignal des Schwingkreises ist am Oszilloskop direkt ablesbar. Am Multimeter kann man die Frequenz f ablesen. Mit

$$\Delta\varphi = 2\pi f \cdot \Delta t \quad (20)$$

berechnet sich die Phasendifferenz.

Wir nehmen mehrere Messwerte auf und zeichnen eine Resonanzkurve (U über ω) auf. An Hand dieser Kurve können wir ω_0 und $\Delta\omega$ bestimmen. Die Resonanzkreisfrequenz ist näherungsweise gegeben durch

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (21)$$

Da ein LRC-Schwingkreis Bandpassverhalten zeigt, ist klar, dass für die Resonanzfrequenz der Betrag der Gesamtimpedanz minimal sein muss. Aus dieser Bedingung ergeben sich die der Vorbereitungshilfe oder dem Aufgabenblatt zu entnehmenden Bestimmungsgleichungen für R, L und C .

2.4 Wechselstromwiderstände von Spule und Kondensator

In Abbildung 8 sind die zur Messung zu verwendeten Schaltungen abgebildet.

Es gilt für die Induktivität:

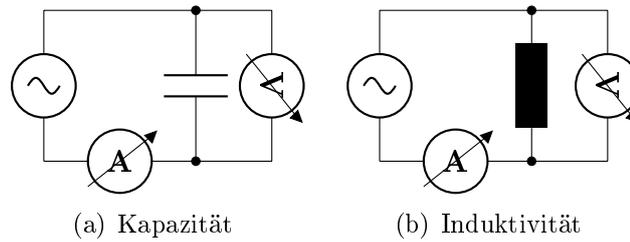


Abbildung 8: Schaltung zur Messung der Wechselstromwiderstände

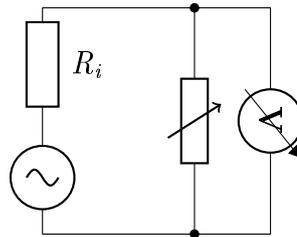


Abbildung 9: Zur Messung des Innenwiderstandes des Sinusgenerators

$$|Z_L| = \frac{U_L}{I_L} = \sqrt{\omega^2 L^2 + R_L^2} \rightarrow L = \frac{\sqrt{\frac{U_L^2}{I_L^2} - R_L^2}}{\omega} \quad (22)$$

Für die Kapazität gilt:

$$|Z_C| = \frac{U_C}{I_C} = \frac{1}{\omega C} \rightarrow C = \frac{I_C}{U_C \omega} \quad (23)$$

Zur Messung wird die Resonanzfrequenz aus der vorhergehenden Aufgabe angelegt. Die zur Verfügung stehende Spule hat die Induktivität $1H$, die Kondensatoren liegen im μF -Bereich. Somit liegt die Resonanzfrequenz nach Formel (21) deutlich höher als $30Hz$ (Frequenz aus Aufgabe 2.2). Bei hohen Frequenzen wird die Impedanz einer Spule sehr groß. Der Verlustwiderstand ist also vernachlässigbar. Bei solchen Frequenzen ist die Messung des Verlustwiderstandes also sehr schwer.

2.5 Innenwiderstand des Sinusgenerators

In Abbildung 9 ist die aufzubauende Schaltung abgebildet. Leerlaufspannung U_0 bezeichnet die Spannung, die im unbelasteten Zustand vom Generator erzeugt wird. Im

Leerlauf fließt also kein Strom. Daher ist der Innenwiderstand bedeutungslos, sodass Klemmspannung und Urspannung gleich sind.

Wenn der regelbare Widerstand so eingestellt ist, dass die Hälfte der Leerlaufspannung über ihn abfällt, so entspricht der Innenwiderstand genau dem Wert des regelbaren Widerstandes (Spannungsteiler aus Innenwiderstand und regelbarem Widerstand).

Die Ausgangsleistung berechnet sich mit $U = U_0 - R_i I$ und $I = U_0 / (R + R_i)$ also über:

$$P = UI = \frac{U_0^2 R}{(R + R_i)^2} \quad (24)$$

Durch Differenzieren und Null setzen ergibt sich:

$$P_{max} = \frac{U_0^2}{4R_i} \quad (25)$$

3 Literaturangaben

- Gerthsen Physik, 4.Auflage
- Vorbereitungshilfe
- Mitschrieb aus der Vorlesung Experimentalphysik II bei Professor Weiß