

Vorbereitung

**Galvanometer**  
**Versuch P1-13, 14, 15**

Iris Conradi  
Gruppe Mo-02

16. Januar 2011



# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorbemerkungen</b>	<b>3</b>
<b>1 Vorexperimente</b>	<b>6</b>
1.1 Berühren . . . . .	6
1.2 Drahtdrehwiderstand . . . . .	7
1.3 Ruhestellung . . . . .	7
<b>2 Galvanometerausschlag <math>\alpha</math></b>	<b>7</b>
2.1 Galvanometer-Innenwiderstand und Stromempfindlichkeit . . . . .	8
2.2 Galvanometer-Innenwiderstand . . . . .	9
2.3 statische Stromempfindlichkeit $C_I$ . . . . .	10
<b>3 Bestimmung der Galvanometer Kenngrößen</b>	<b>11</b>
<b>4 Galvanometer bei kurzen Stromstößen</b>	<b>13</b>
4.1 Messung der Stromstoßempfindlichkeiten . . . . .	13
4.2 theoretische Werte . . . . .	14
4.3 Abhängigkeit von der Stromstoßdauer . . . . .	14
<b>5 Fragen</b>	<b>15</b>
<b>6 Quellen</b>	<b>15</b>

## Vorbemerkungen

Ein Galvanometer ist ein Drehspulmessgerät. Mit ihm können sehr kleine Ströme gemessen werden. Der grundlegende Aufbau besteht aus einer Spule, die sich im Feld eines Permanentmagneten befindet. Die Spule ist mit einer Feder drehbar gelagert.

Wenn nun ein Strom durch die Spule fließt, so wirkt die Lorentzkraft und es kommt zu einer Drehung der Spule. Dieser Drehung wirkt das rücktreibende Drehmoment der Feder (Federkonstante  $D$ ) entgegen. Außerdem ist das System gedämpft,. Nach einer gewissen Zeit die Spule sich in einer neuen Gleichgewichtslage befinden.

An der Spule befindet sich ein Zeiger mit dem die Drehung der Spule abgelesen werden kann. Bei einem Spiegelgalvanometer ist an der Spule ein Spiegel angebracht, über den

beispielsweise ein glühender Faden auf eine Skala abgebildet wird. Dieser Lichtzeiger dreht sich dann um den doppelten Winkel der Drehung der Spule. Außerdem muss entsprechend der Geometrie der Skala der Ausschlag auf der Skala in die Drehung der Spule umgerechnet werden.

Aus den auf die Spule wirkenden oben genannten Drehmomente, welche zusammen das insgesamt wirksame Drehmoment  $\Theta\ddot{\varphi}$  ergeben, kann man eine Differentialgleichung aufstellen. Mit Hilfe dieser Gleichung kann man den oben angedeuteten Vorgang des Einstellens einer neuen Gleichgewichtslage verstehen.

$$\Theta\ddot{\varphi} + \left( \rho + \frac{G^2}{R_g + R_a} \right) \dot{\varphi} + D\varphi = GI \quad (1)$$

Es wirken zwei verschiedene Formen der Dämpfung, die beide geschwindigkeitsproportionaler Natur sind. Zum einen wirkt eine mechanische Dämpfung, wie zum Beispiel durch Luftreibung. Sie wird in der Gleichung durch die Dämpfungskonstante  $\rho$  repräsentiert. Außerdem kommt es durch die Bewegung der Leiterschleife zu einem Induktionsstrom, die nach der Lenzschen Regel der Bewegung entgegenwirkt.

Man kann also das aus dem Strom durch die Spule resultierende Drehmoment durch Aufteilen des Stroms  $I_{ges} = I + I_{ind}$  in ein anliegendes Drehmoment und einen Dämpfungsterm umwandeln. Aus der Lorentzkraft ergibt sich folgendes Drehmoment:

$$N = nABI_{ges} = GI_{ges} \quad (2)$$

Dabei bezeichnet  $A$  die Querschnittsfläche der Spule,  $n$  die Windungszahl,  $B$  die magnetische Flussdichte und  $G$  die dynamische Galvanometerkonstante. Der Induktionsstrom entsteht aus der Induktionsspannung, die man nach dem Induktionsgesetz erhält.

$$U_{ind} = -n\dot{\Phi} = -nAB\dot{\varphi} = -G\dot{\varphi} \quad (3)$$

Somit gilt für den Induktionsstrom:

$$I_{ind} = \frac{-G\dot{\varphi}}{R_a + R_b} \quad (4)$$

mit  $R_a$  Widerstand des Stromkreises, der die Enden des Galvanometers verbindet und  $R_b$  Innenwiderstand des Galvanometers.

Somit ist klar, dass  $GI$  das angelegte Drehmoment bezeichnet und  $(G^2/R_g+R_a)\dot{\varphi}$  diesem als Dämpfung entgegenwirkt.

---

Wenn der angelegte Strom konstant ist, kann man einen Übergang  $\varphi \rightarrow \varphi + GI/D$  durchführen. Die Differentialgleichung

$$\Theta\ddot{\varphi} + \left(\rho + \frac{G^2}{R_g + R_a}\right)\dot{\varphi} + D\varphi = 0 \quad (5)$$

beschreibt dann also die Bewegung des Galvanometers um die Ruhelage  $\varphi_0 = GI/D$ . Wie man sieht ändert also ein konstanter angelegter Strom nichts an der Form der Bewegung.

Mit den folgenden Definitionen

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{\Theta}} \quad \text{und} \quad \frac{1}{\Theta} \left(\rho + \frac{G^2}{R_g + R_a}\right) = 2\beta \quad (6)$$

hat Gleichung (5) die bekannte Form der Differentialgleichung des harmonischen Oszillators:

$$\ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0 \quad (7)$$

Zur Lösung dieser Gleichung wendet man den Exponentialansatz an:

$$\varphi = C \cdot e^{\lambda t} \quad (8)$$

Nach dem Einsetzen erhält man als Lösung einer quadratischen Gleichung für  $\lambda$ :

$$\lambda_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} \quad (9)$$

Die allgemeine Lösung ist also eine Linearkombination beider Lösungen für  $\lambda$ :

$$\varphi(t) = C_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + C_2 \cdot e^{\lambda_2 t} \quad (10)$$

Nun muss man jedoch nach dem Radikanten eine Fallunterscheidung vornehmen. Für jeden Fall wird die allgemeine Lösung dann eine andere Form annehmen.

**Schwingfall: schwache Dämpfung  $\beta < \omega_0$**  Es ergibt sich

$$\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} = i \cdot \underbrace{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}_{=: \omega} \quad (11)$$

Nun kann man dies in die allgemeine Lösung einsetzen. Um jedoch eine rein reelle (physikalisch sinnvolle) Lösung zu erhalten fordern wir hier  $C_1 = C_2^*$  und erhalten nach Umformungen:

$$\varphi(t) = e^{-\beta t} (A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)) \quad (12)$$

$A$  und  $B$  werden durch die Anfangsbedingungen bestimmt.

Wir erhalten also eine exponentiell mit der Zeit abfallende Schwingung. Wobei der Abfall über  $\beta$  von dem Dämpfung abhängt. Es dauert also einige Zeit, bis sich die Ruhelage einstellt und somit am Galvanometer ein Wert abgelesen werden kann. Durch die Dämpfung ist auch die Eigenfrequenz  $\omega$  der Schwingung niedriger.

**Kriechfall: starke Dämpfung  $\beta > \omega_0$**  Da der Radikant positiv ist, ist  $\lambda$  immer reell und mit  $\omega = \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$  folgt:

$$\varphi(t) = e^{-\beta t} (C_1 \cdot e^{\omega t} + C_2 \cdot e^{-\omega t}) \quad (13)$$

$C_1$  und  $C_2$  werden durch die Anfangsbedingungen bestimmt.

Das System nähert sich der Gleichgewichtslage ohne sie zu Überschreiten.

**Aperiodischer Grenzfall: optimale Dämpfung  $\beta = \omega_0$**  Hier liefert der Exponentialansatz also nur eine Lösung jedoch findet man noch eine weitere Lösung<sup>1</sup> und es ergibt sich:

$$\varphi(t) = e^{-\beta t} (C_3 + t \cdot C_4) \quad (14)$$

Der Aperiodische Grenzfall ist von besonderer Bedeutung, da hier die Dämpfung so ist, dass die Schwingung am schnellsten zum Stillstand kommt und sich das System somit am schnellsten in der Ruhelage einfindet. Der Messwert kann also maximal schnell abgelesen werden.

## 1 Vorexperimente

### 1.1 Berühren

Wenn man die Anschlüsse des Galvanometers in die Hand nimmt ist ein kleiner Ausschlag zu erwarten, da kleine Spannungsunterschiede zwischen verschiedenen Punkten

---

<sup>1</sup>Da es sich um eine lineare homogene Differentialgleichung 2. Ordnung handelt besteht die allgemeine Lösung aus zwei Teillösungen.

des menschlichen Körpers zu einem kleinen Strom durch das Galvanometer führen. Die Spannungsunterschiede entstehen durch Vorgänge im Körper (elektrische Impulse in Nervenbahnen etc.) und durch elektrostatische Aufladung durch Reibung.

## 1.2 Drahtdrehwiderstand

Wenn man den Schleifer eines Drahtdrehwiderstandes dreht, so kommt es zu Ladungstrennung. Wenn diese sich über das Galvanometer ausgleichen, so sieht man vermutlich einen Ausschlag am Galvanometer, da dieses sehr empfindlich ist.

## 1.3 Ruhstellung

Es soll die Ruhelage bei offenem Galvanometer mit der bei angeschlossenem Drahtdrehwiderstand verglichen werden. Wenn sich die Nulllagen unterscheiden, so muss dies bei den Messungen berücksichtigt werden.

## 2 Galvanometerausschlag $\alpha$

Bei diesem Versuch soll die Versorgungsspannung aus dem in Abbildung 1 Spannungsteiler kommen. Mit Hilfe des regelbaren Widerstandes kann man die Spannung von kleinen Werten sehr langsam hoch drehen.

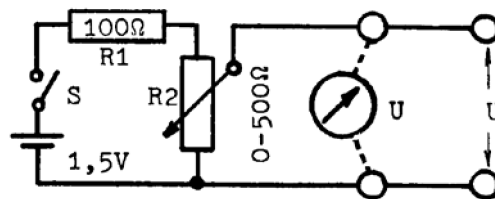


Abbildung 1: Spannungsteiler

## 2.1 Galvanometer-Innenwiderstand und Stromempfindlichkeit

Die Stromempfindlichkeit  $C_I$  ist der Faktor, welcher den Galvanometerausschlag  $\alpha$  in Meter gemessen mit dem Strom durch das Galvanometer verknüpft.

$$\alpha = C_I \cdot I \quad (15)$$

Wie schon in den Vorbemerkungen angedeutet, ist der Ausschlag  $\alpha$  die neue Ruhelage

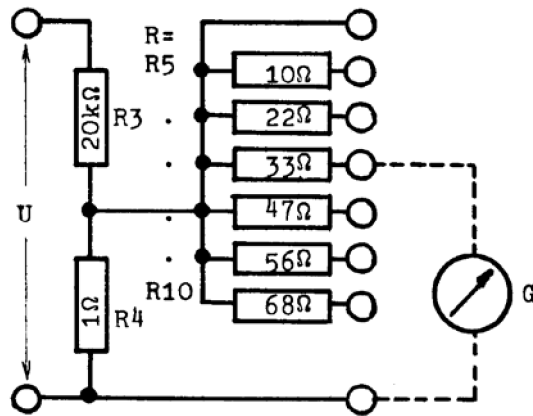


Abbildung 2: Schaltung zu Aufgabe 2.1

im Vergleich zum stromlosen Fall. Dort wurde auch festgestellt, dass dieser Ausschlag proportional zum Auslenkwinkel ist. Die neue Ruhelage des Auslenkwinkels ist proportional zum angelegten Strom.

Durch die Wahl des Vorwiderstandes in der in Abbildung 2 dargestellten Schaltung ändert sich der Strom durch das Galvanometer, den man mit Hilfe der Stromteilerregel berechnen kann. Der Term für den Gesamtstrom kann mit  $U/R_3$  genähert werden, da  $R_4$  um etwa vier Größenordnungen kleiner ist als  $R_3$ , insbesondere ist  $R_4$  sogar deutlich kleiner als die Ungenauigkeit von  $R_3$

$$I = \frac{UR_4}{R_3(R_4 + R + R_g)} \quad (16)$$



Somit ergibt sich für  $1/\alpha$ :

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_3}{C_I R_4 U} (R_4 + R + R_g) \quad (17)$$

$$= \underbrace{\frac{R_3}{C_I R_4 U}}_m R + \underbrace{R_3 \frac{R_4 + R_g}{C_I R_4 U}}_b \quad (18)$$

Wenn man also  $1/\alpha$  gegen  $R$  aufträgt kann man aus der Steigung  $m$  die Stromempfindlichkeit  $C_I$  berechnen und anschließend aus dem y-Achsenabschnitt  $b$  den Innenwiderstand des Galvanometers:

$$C_I = \frac{R_3}{m R_4 U} \quad \text{und} \quad R_g = \frac{b C_I R_4 U}{R_3} - R_4 = \frac{b}{m} - R_4 \quad (19)$$

## 2.2 Galvanometer-Innenwiderstand

Nun soll der Innenwiderstand des Galvanometers mittels der in Abbildung 3 gezeigten Schaltung bestimmt werden. Diese Schaltung entspricht einer Wheatstoneschen Brückenschaltung. Mit ihr kann ein unbekannter Widerstand daraus bestimmt werden, dass ein regelbarer Widerstand so eingestellt wird, dass über die Brücke kein Strom fließt.

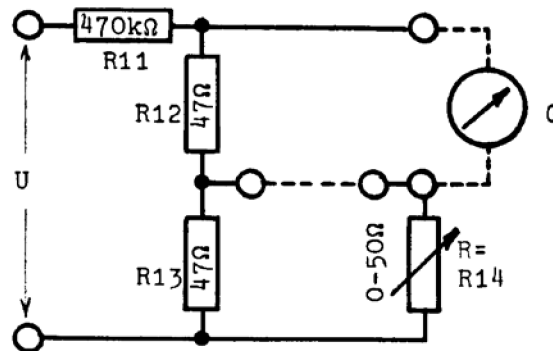


Abbildung 3: Schaltung zu Aufgabe 2.2

Hier wird der Galvanometerausgang  $\alpha$  bei offener und geschlossener Brücke in Abhängigkeit des Wertes des regelbaren Widerstandes gemessen. Es können Regressionsgeraden gezeichnet werden. Die Geraden werden sich schneiden.

Für diesen Wert des regelbaren Widerstandes  $R_{\text{Schnittpunkt}}$  ist der Strom, welcher durch

das Galvanometer fließt also mit oder ohne Brücke gleich, folglich fließt kein Strom durch die Brücke. Da der Potentialunterschied zwischen den Anschlussstellen der Brücke also Null ist, haben die beiden Spannungsteiler das gleiche Verhältnis:

$$\frac{R_{12}}{R_{13}} = \frac{R_g}{R_{\text{Schnittpunkt}}} \quad (20)$$

Somit ergibt sich für den Innenwiderstand:

$$R_g = \frac{R_{12}}{R_{13}} \cdot R_{\text{Schnittpunkt}} \quad (21)$$

Da gilt  $R_{12} = R_{13}$  ist also  $R_g = R_{\text{Schnittpunkt}}$ .

### 2.3 statische Stromempfindlichkeit $C_I$

Die statische Stromempfindlichkeit  $C_I$  soll mit Hilfe der in Abbildung 4 dargestellten Schaltung bei  $R_a = \infty$  gemessen werden. Bei geöffnetem Taster handelt es sich bei dieser

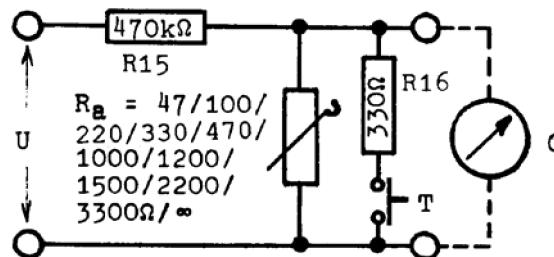


Abbildung 4: Schaltung zu Aufgabe 2.3

Schaltung also nur um eine Reihenschaltung von  $R_{15}$  und dem Galvanometer. Es soll der Ausschlag in Abhängigkeit der angelegten Spannung gemessen werden. Aus der Spannung kann nun der Strom berechnet werden. Aus einer Auftragung von  $\alpha$  gegen  $I$  kann man die statische Stromempfindlichkeit  $C_I$  nach Gleichung (15) dann einfach als Steigung ablesen. Für den Strom gilt:

$$I = \frac{U}{R_g + R_{15}} \quad (22)$$

---

Da  $R_{15}$  jedoch sehr groß ist, kann man in guter Näherung auch

$$I = \frac{U}{R_{15}} \quad (23)$$

annehmen.

Mit der Spannung  $U_g$  die über dem Galvanometer anliegt kann man auch die statische Spannungsempfindlichkeit finden:

$$\alpha = C_U \cdot U_g \quad (24)$$

Dann gilt  $C_U = c_I/R_g$ . Wenn man die Spannungsempfindlichkeit mit der am gesamten Stromkreis anliegenden Spannung definiert und  $R_a$  ein Vorwiderstand ist, also

$$\alpha = C_U \cdot U_{ges} \quad (25)$$

dann gilt

$$C_U = \frac{C_I}{R_a + R_g} \quad (26)$$

### 3 Bestimmung der Galvanometer Kenngrößen

Hier wird wieder mit der in Abbildung 4 gezeigten Schaltung gearbeitet. Jedoch ist  $R_a$  hier variabel.

Es wird das Schwingungsverhalten bei verschiedenen Außenwiderständen betrachtet. Daraus können dann wichtige Größen bestimmt werden.

Die Schaltung wird an die Spannungsquelle angeschlossen, dann wird gewartet, bis das System die neue Ruhelage erreicht hat. Dann wird die Spannungsquelle abgenommen. Nun ist das System stromlos und schwingt in die entsprechende Ruhelage zurück. Da die Spannungsquelle abgenommen wurde ist der Widerstand des Stromkreises, der die Enden des Galvanometers verbindet exakt der Wert, der am Widerstand  $R_a$  eingestellt wurde. Bei diesem Rückschwingen wird das Schwingungsverhalten betrachtet.

Hier wird auch die Bedeutung des zuschaltbaren  $330\Omega$  Widerstandes verständlich. Bei jeder Messung muss zuerst das Einschwingen in die Ruhelage bei angeschlossener Spannungsquelle abgewartet werden, ohne das dabei Messwerte aufgenommen werden sollen. Wenn  $R_a$  groß ist, sodass die Dämpfung klein ist, kann dies sehr lange dauern. Durch

Zuschalten des  $330\Omega$  Widerstandes entsteht eine Parallelschaltung, der Ersatzwiderstand ist kleiner als der kleinste der beiden anderen. So sinkt der Widerstand, die Dämpfung steigt und das Einschwingen geschieht schneller. Beim Rückschwingen wird der  $330\Omega$  Widerstand natürlich nicht mehr dazugeschaltet.

**Dämpfungsverhältnis** Das Dämpfungsverhältnis  $k = \alpha_{n-1}/\alpha_n = \sqrt[n]{\alpha_0/\alpha_n}$  bestimmt man aus dem maximalen Ausschlag (man muss sich zuvor für eine Ausschlagsrichtung entscheiden) bei verschiedenen Perioden.

**Periodendauer** Die Periodendauer  $T = T_n/n$  bestimmt man aus der Schwingungszeit  $T_n$  die für  $n$  Perioden benötigt wurde.

**Abklingkonstante** Die Abklingkonstante  $\beta_{R_a}$  bestimmt man aus dem Dämpfungsverhältnis  $k$ :

$$\beta_{R_a} = \frac{\ln k}{T} \quad (27)$$

Außerdem kann man  $(\beta_{R_a} - \beta_\infty)^{-1}$  über  $R_a$  auftragen und eine Ausgleichsgerade mit Steigung  $m$  und y-Achsenabschnitt  $b$  bestimmen. Auf dem Aufgabenblatt ist angegeben, dass dafür noch der zusätzliche Punkt  $(-R_g, 0)$  verwendet werden soll.

**Frequenz des ungedämpften Galvanometers** Aus den Messwerten kann man auch die Frequenz des ungedämpften Galvanometers berechnen:

$$\omega_0 = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T_\infty}\right)^2 + \beta_\infty^2} \quad (28)$$

**Grenzwiderstand** Den Widerstand für die Grenzämpfung (aperiodischer Grenzfall:  $\beta = \omega_0$ ) kann im Diagramm an der Stelle  $(\omega_0 - \beta_\infty)^{-1}$  abzulesen. Anhand der Schaltung kann auch verifiziert werden, dass etwa bei diesem Wert für  $R_a$  die neue Ruhelage am schnellsten erreicht wird.

**Galvanometerkenngrößen** Mit den folgenden Gleichungen können wichtige Größen aus der Differentialgleichung für das Galvanometer berechnet werden: Die Galvanometerkonstante  $G$ , das Trägheitsmoment  $\Theta$  und die Federkonstante  $D$ .

Aus Gleichung (6) für  $\beta$ , kann man folgende Gleichung für die oben genannte Regressionsgerade herleiten

$$\frac{1}{\beta_{R_a} - \beta_\infty} = \underbrace{\frac{2\Theta}{G^2}}_m R_a + \underbrace{\frac{2\Theta}{G^2} R_g}_b \quad (29)$$

Mit Gleichung (6) für  $\omega_0$  und der Beziehung  $C'_I = G/D$  ergibt sich dann für die Galvanometerkenngrößen:

$$G = \frac{2}{m\omega_0^2 C'_I} \quad D = \frac{2}{m\omega_0^2 C_I'^2} \quad \Theta = \frac{2}{m\omega_0^4 C_I'^2} \quad (30)$$

Dabei ist zu beachten, dass  $C'_I$  bezogen ist auf den Drehwinkel der Spule und in  $\text{rad}/A$  gemessen wird.

## 4 Galvanometer bei kurzen Stromstößen

Bei diesem Versuch wird die in Abbildung 5 gezeigte Schaltung verwendet. Mit Hilfe des Entladungsvorgangs von Kondensatoren wird ein kurzer Stromstoß erzeugt. Nach der Zeit  $T_Q = 3RC$  sind 95% der Ladung aus dem Kondensator abgeflossen. Diese Zeit wird als Stromstoßdauer angenommen. Sie kann also über den Widerstand  $R$  variiert werden.

Verschiedene Dämpfungen werden über den Widerstand  $R_a$  eingestellt.

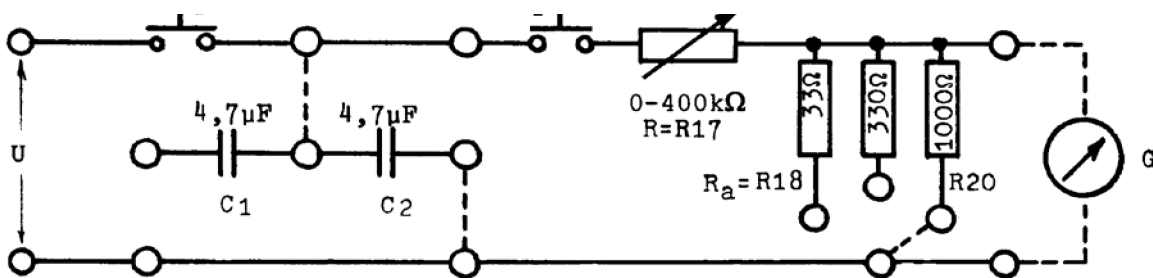


Abbildung 5: Schaltung zu Aufgabe 4

### 4.1 Messung der Stromstoßempfindlichkeiten

Die Stromstoßempfindlichkeiten des Galvanometers sollen für kurze  $T_Q$  gemessen werden.

Es wird eine Messung im Schwingfall ( $R_a = 1000\Omega$ ), eine im aperiodischen Grenzfall ( $R_a = 330\Omega$ ) und eine im Kriechfall ( $R_a = 33\Omega$ ) durchgeführt.

Die Stromstoßempfindlichkeit (ballistische Empfindlichkeit  $C_b$ ) ist analog zu den zuvor genannten Empfindlichkeiten definiert.

$$\alpha = C_b \cdot Q_g \quad (31)$$

$Q_g$  bezeichnet die Ladungsmenge die durch den Kondensator fließt. Wenn Dämpfungswiderstände eingeschaltet sind, so fließt offensichtlich nicht die gesamte Ladungsmenge durch das Galvanometer.  $Q_g$  ist also kleiner als  $Q = C \cdot U$ . Die fließenden Ladungsmengen teilen sich nach der Stromteilerregel über die Parallelschaltung von  $R_a$  und  $R_g$  auf.

$$Q_g = Q \frac{R_a}{R_a + R_g} \quad (32)$$

## 4.2 theoretische Werte

Mit den Angaben aus der Vorbereitungshilfe findet man für die Stromstoßempfindlichkeiten in den drei Fällen folgende Formeln:

**Schwingfall**  $C_b = \frac{G}{\Theta \omega_0}$

**aperiodischer Grenzfall**  $C_b = \frac{G}{\Theta \omega_0 e}$

**Kriechfall**  $C_b = \frac{R_g + R_a}{G}$

So kann man aus den zuvor ermittelten Größen theoretische Werte für die oben gemessenen Größen berechnen und diese mit den Messungen vergleichen.

Wenn nun schon die Stromstoßempfindlichkeit des verwendeten Galvanometers bekannt ist, so kann man aus dem Stoßausschlag auf die geflossene Ladungsmenge rückschließen. Dies ist analog zur Berechnung des Impulses einer Kugel aus der Auslenkung eines Pendels in welches sie hineingeschlagen ist. Man kann also mit einem Galvanometer auch Ladungsmengen messen.

## 4.3 Abhängigkeit von der Stromstoßdauer

In diesem Versuchsteil soll man sich durch viele Messungen davon überzeugen, dass für lange Stromstoßdauern die Stromstoßempfindlichkeit auch von der Stromstoßdauer abhängt.

---

## 5 Fragen

Einige Fragen wurden schon im Text zu den entsprechenden Aufgaben beantwortet.

In den einleitenden Bemerkungen wurde erwähnt, dass das Galvanometer zum Messen sehr kleiner Ströme geeignet ist. In Ohmmetern wird an die zu vermessende Schaltung ein konstanter Strom bzw. eine konstante Spannung angelegt und durch Messen der jeweils anderen Größe der Widerstand bestimmt. Die dabei auftretenden Ströme sind vermutlich deutlich größer als die Ströme die üblicherweise mit dem Galvanometer gemessen werden. Diese großen Ströme könnten das Galvanometer beschädigen.

## 6 Quellen

- Jüngst: Vorbereitungshilfe Galvanometerformeln, 1985 (Version Juli 10)
- Westphal: Physikalisches Praktikum
- Walcher: Praktikum der Physik, Teubner 1994
- Der Abschnitt zur Lösung des harmonischen Oszillators wurde Größtenteils meiner Vorbereitung zum Versuch Resonanz entnommen.