

Auswertung

**Geometrische Optik**  
**Versuch P1-31,40,41**

Iris Conradi, Melanie Hauck  
Gruppe Mo-02

20. November 2010



# Inhaltsverzeichnis

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1 Brennweiten Bestimmung</b>                        | <b>3</b>  |
| 1.1 Brennweiten Bestimmung mit einem Maßstab . . . . . | 3         |
| 1.2 Besselsches Verfahren . . . . .                    | 4         |
| 1.3 Abbésches Verfahren . . . . .                      | 6         |
| <b>2 Aufbau optischer Instrumente</b>                  | <b>12</b> |
| 2.1 Fernrohre . . . . .                                | 12        |
| 2.2 Projektionsapparat . . . . .                       | 13        |
| 2.3 Mikroskop . . . . .                                | 14        |

## 1 Brennweiten Bestimmung

### 1.1 Brennweiten Bestimmung mit einem Maßstab

Um die Aufgabe als Vormessung für den nächsten Versuch verwenden zu können, sollten wir eine dicke Linse nehmen, da bei ihr die Aberrationen deutlicher zu erkennen sind. Wir haben versucht eine Neonröhre an der Decke auf den Boden abzubilden. Aufgrund der Entfernung von Boden zu Decke ist die in der Vorbereitung geforderte Bedingung zur Bestimmung der Brennweite annähernd erfüllt, das Licht fällt fast parallel in die Linse ein. Dabei haben wir einmal vom Boden aus die Linse nach oben bewegt, bis das Bild scharf wurde. Danach haben wir die Linse von oben an den Punkt angenähert. Wir haben jeweils vom Boden aus 6,8cm bis zur Oberkante der Linsenfassung gemessen, wobei der hervorstehende Teil zum Boden zeigte, sodass wir zur Oberkante der Linse gemessen haben. Die gesamte Dicke der Linsenfassung beträgt 1cm.

Die Brennweite muss vom Boden bis zu der dem Boden zugewandten Hauptebene gemessen werden. Die Lage dieser Hauptebene kann nur abgeschätzt werden. Man könnte annehmen, dass die relevante Hauptebene etwa 0,6cm unterhalb der Oberkante der Linsenfassung liegt. Jedoch ist dies nur eine wage Vermutung. Somit beträgt die von uns gemessene Brennweite 6,2cm.

Die angegebene Brennweite ist 6,5cm. Somit haben wir eine Abweichung von 4,6%.

## 1.2 Besselsches Verfahren

In diesem Versuch sollte das Besselsche Verfahren zur Brennweiten Bestimmung angewendet werden. Außerdem sollten unter Einsatz von Blenden und Farbgläsern sphärische und chromatische Aberration der Linse untersucht werden.

Um dafür möglichst wenige Messreihen durchführen zu müssen, haben wir uns für folgende Kombinationen entschieden:

1. Blaues Farbglas und Lochblende
2. Rotes Farbglas und Lochblende
3. Rotes Farbglas und Scheibenblende

Um die Schärfe des Bildes möglichst gut beurteilen zu können, haben wir das Maximillian-Dia verwendet, da sehr viele feine Linien darauf zu erkennen sind. Da eine Sammellinse verwendet wurde, mussten wir das Bild falschherum einlegen, um es aufrecht zu sehen. In diesem und allen nachfolgenden Versuchen wurde eine optische Bank (Zeiss) verwendet, auf der man die Orte nicht genauer bestimmen kann als bis auf 1mm.

Um die Schärfe mehrere Male hintereinander unabhängig einstellen zu können, haben wir uns immer abwechselnd von links und von rechts mit der Linse dem Punkt genähert, an dem ein scharfes Bild zu erkennen war.

Der Gegenstand befand sich während aller Messreihen bei 50cm auf der optischen Bank, der Schirm bei 90cm, sodass wir einen Abstand  $e = 40\text{cm}$  hatten. Bei jeder Messreihe wurde der Ort der Linse für das vergrößerte und das verkleinerte Bild auf der optischen Bank gemessen. Als Messpunkt an der Linse haben wir die Marke am Fuß für die optische Bank verwendet. Die Differenz der Orte  $d$  wurde berechnet. Danach wurde das arithmetische Mittel gebildet und mit der Formel aus der Vorbereitung ( $f = \frac{e}{4} \left(1 - \frac{d^2}{e^2}\right)$ ) die Brennweite bestimmt.

**Messreihe 1** Der Mittelwert des Abstandes beträgt 22,8cm. Somit ist die Brennweite  $f = 6,75\text{cm}$ . Die Abweichung zum angegebenen Wert ist 3,85%.

**Messreihe 2** Der Mittelwert des Abstandes beträgt 22,6cm. Somit ist die Brennweite  $f = 6,81\text{cm}$ . Die Abweichung zum angegebenen Wert ist 4,73%.

| vergrößertes Bild | verkleinertes Bild | d      |
|-------------------|--------------------|--------|
| 58,6cm            | 81,5cm             | 22,9cm |
| 58,8cm            | 81,4cm             | 22,6cm |
| 58,6cm            | 81,4cm             | 22,8cm |

**Tabelle 1:** Messreihe 1

| vergrößertes Bild | verkleinertes Bild | d      |
|-------------------|--------------------|--------|
| 58,7cm            | 81,3cm             | 22,6cm |
| 58,7cm            | 81,3cm             | 22,6cm |
| 58,8cm            | 81,4cm             | 22,6cm |

**Tabelle 2:** Messreihe 2

**Messreihe 3** Der Mittelwert des Abstandes beträgt 23,7cm. Somit ist die Brennweite  $f = 6,49\text{cm}$ . Die Abweichung zum angegebenen Wert ist 0,15%.

Bei dieser Messreihe ist die Messung etwas schwerer gefallen, da die Mitte des Bildes nicht richtig ausgeleuchtet war und so nur der Rand scharf gestellt werden konnte.

| vergrößertes Bild | verkleinertes Bild | d      |
|-------------------|--------------------|--------|
| 58,2cm            | 81,9cm             | 23,7cm |
| 58,2cm            | 81,9cm             | 23,7cm |
| 58,2cm            | 81,9cm             | 23,7cm |

**Tabelle 3:** Messreihe 3

**Aberrationen** Im Vergleich der Messreihen 1 und 2 kann man die chromatische Aberration sehen, die in der Vorbereitung beschrieben wurde. Da der Unterschied der gemessenen Brennweiten nur 0,06cm beträgt, ist die chromatische Aberration in dieser Linse nicht sonderlich stark. Dies kann damit zusammenhängen, dass die Linse nicht sehr dick ist, die Strecke die das Licht durch das disperive Medium zurücklegt also kurz ist.

Aus dem Vergleich von Messreihen 2 und 3 ist die sphärische Aberration zu erkennen, da verschiedene Bereiche der Linse beleuchtet wurden und das gleiche Farbglas verwendet wurde. Der Unterschied der Brennweiten beträgt 0,32cm. Die Aberration ist also deutlich sichtbar.

**Variation von  $e$**  Um diesen Versuch durchzuführen haben wir noch das rote Farbglas verwendet, aber wieder die Lochblende aufgesteckt.

Wir haben  $e$  variiert, um die in der Vorbereitung beschriebenen Effekte zu überprüfen. Wenn der Schirm also bei 70cm ( $e$  kleiner als  $4f = 26\text{cm}$ ) aufgestellt wurde, konnte nur mit der Linse im Bereich zwischen 56cm und 63cm die Haarkante und der Hut schemenhaft erkannt werden. Ein scharfes Bild war nicht zu erreichen.

Wenn der Schirm bei 170cm ( $e$  viel größer als  $f$ ) aufgestellt wurde, musste die Linse auf 57,3cm, also sehr dicht vor das Objekt, gestellt werden um das vergrößerte Bild scharf erkennen zu können. Die andere Position erzeugte ein extrem kleines Bild, sodass eine Scharfstellung kaum möglich war. Die Linse befand sich dafür bei 162,2cm, also sehr nah am Schirm.

### 1.3 Abbésches Verfahren

Die Aufgabe in diesem Versuch bestand darin Brennweite und Hauptebenenabstände eines unbekanntes Linsensystems (befindet sich in einem Rohr) zu bestimmen. Dazu verwenden wir die Formeln und Bezeichnungen aus der Vorbereitung.

Als Gegenstand wurde ein Dia mit einer Skala, die 1cm lang war, verwendet. Es wurde ein Linsenabstand eingestellt und dann bei verschiedenen Positionen des Linsensystems (als Marke diente die Markierung am Fuß auf der optischen Achse) durch Verschieben des Schirms ein scharfes Bild eingestellt und dessen Größe bestimmt. Daraus haben wir den Abstand Gegenstand-Marke  $x$  und den Term  $1 + 1/\beta$ , wobei  $\beta = y'/y$  gilt, berechnet. Die gemessenen Werte sind dem Messprotokoll zu entnehmen.

Da wie in der Vorbereitung beschrieben  $x = h_1 + (1 + 1/\beta)f$  gilt, kann durch Auftragen von  $x$  über  $1 + 1/\beta$  die Brennweite als Steigung und  $h_1$  als y-Achsenabschnitt abgelesen werden. Wir haben den Fit mit Hilfe von RooFiLab durchgeführt. Für den Linsenabstand 16,85cm haben wir folgende Ergebnisse erhalten:

- $f = 14,0377\text{cm}$
- $h_1 = -2,19962\text{cm}$
- $\chi^2 = 0,0932076$

Für das Linsensystem mit dem Linsenabstand 15,35cm ergab sich:

- $f = 12,2414\text{cm}$

| $x$  | $1 + 1/\beta$ |
|------|---------------|
| 15cm | 1,23          |
| 16cm | 1,29          |
| 17cm | 1,38          |
| 18cm | 1,43          |
| 19cm | 1,50          |
| 20cm | 1,59          |

**Tabelle 4:** Linsenabstand 16,85cm

| $x$  | $1 + 1/\beta$ |
|------|---------------|
| 15cm | 1,27          |
| 16cm | 1,33          |
| 17cm | 1,42          |
| 18cm | 1,48          |
| 19cm | 1,59          |
| 20cm | 1,67          |

**Tabelle 5:** Linsenabstand 15,35cm

- $h_1 = -0,372414\text{cm}$
- $\chi^2 = 0,117241$

Bei der Messung ist uns aufgefallen, dass der Bereich in dem man den Schirm platzieren konnte und das Bild halbwegs scharf war mit zunehmendem  $x$  kleiner geworden ist. Somit haben die letzten Werte eigentlich ein höheres Gewicht. Da die Werte für  $h_1$  negativ sind, befindet sich die Hauptebene  $H_1$  des Linsensystems rechts von der Marke (bezogen auf die Abbildung 5 in der Vorbereitung von Melanie), da die Gegenstandsweite  $a$  größer als  $x$  ist.

Nun haben wir bei einem Linsenabstand von 7,85cm für jeden Punkt der Marke das Linsensystem um  $180^\circ$  gedreht und nochmals gemessen, um auch  $h_2$  und somit den Hauptebenenabstand bestimmen zu können. Wir haben den Fit mit Hilfe von RooFiLab durchgeführt. Für die Ausrichtung 1 haben wir folgende Ergebnisse erhalten:

- $f = 6,433\text{cm}$
- $h_1 = 2,449\text{cm}$
- $\chi^2 = 1,44724$

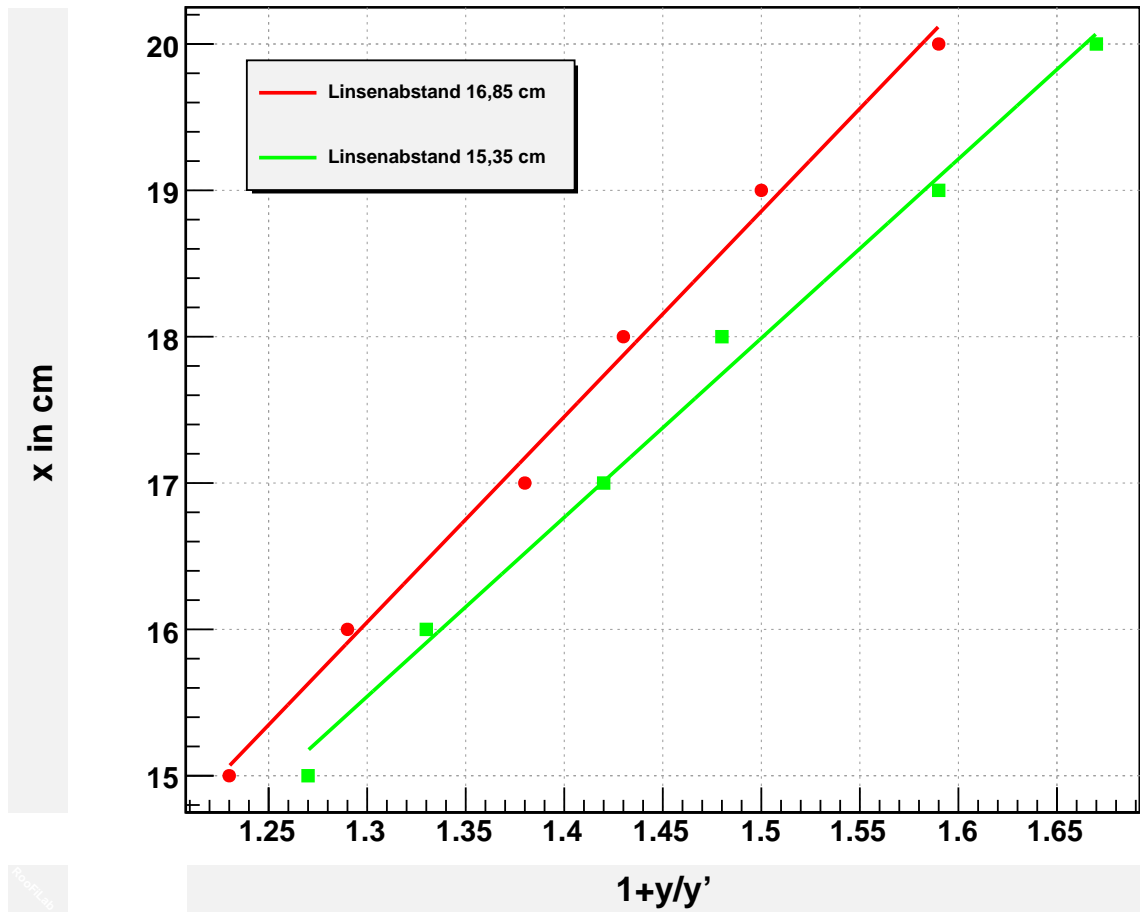


Abbildung 1: Fit der Werte für beide Linsenabstände

Für das Linsensystem in der Ausrichtung 2 ergab sich:

- $f = 8,543\text{cm}$
- $h_2 = 0,3823\text{cm}$
- $\chi^2 = 0,00219$

Die Genauigkeit für die Brennweite bei Ausrichtung 1 ist sehr gering ( $\chi^2$  sehr groß).



| $x$  | $1 + 1/\beta$                                  |
|------|--|
| 13cm | 1,71   |
| 14cm | 1,91   |
| 15cm | 1,83   |
| 16cm | 2,11   |
| 14cm | 1,77 (wiederholte Messung da schwer abzulesen) |
| 15cm | 1,91 (wiederholte Messung da schwer abzulesen) |

**Tabelle 6:** Linsenabstand 7,85cm, Ausrichtung 1

| $x$  | $1 + 1/\beta$ |
|------|---------------|
| 13cm | 1,48          |
| 14cm | 1,59          |
| 15cm | 1,71          |
| 16cm | 1,83          |

**Tabelle 7:** Linsenabstand 7,85cm, Ausrichtung 2

Beide Brennweiten müssten im Idealfall gleich sein, da keine verschiedenen Medien auf beiden Seiten vorlagen. Daher werden wir im Folgenden die Brennweite von Ausrichtung 2 verwenden ( $\chi^2$  sehr klein). Die Bildung eines arithmetischen Mittels ist nicht sinnvoll. Für den Hauptebenenabstand  $h = h_1 + h_2$  ergibt sich 2,83cm.

Nun kann man aus der Beziehung zwischen Linsenabstand und Brennweite auf die Brennweiten der einzelnen Linsen des Systems schließen. Die in der Vorbereitung angegebene Formel wird verwendet. Jedoch ist die Benennung der Variablen dort missverständlich.  $h$  beschreibt eigentlich den Hauptebenenabstand des Linsensystems. Hier ist aber der Abstand der Hauptebenen der verwendeten Linsen gemeint. Dies wird näherungsweise mit dem Abstand der Linsen  $d$ , wie er an der Blackbox abzulesen war, gleichgesetzt. Somit gilt:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \quad (1)$$

Man kann nun mittels linearer Regression die Brennweiten der einzelnen Linsen bestimmen. Es wird  $\frac{1}{f}$  gegen  $d$  aufgetragen. Als Steigung liest man  $-\frac{1}{f_1 f_2}$  und als y-Achsenabschnitt  $\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$  ab. Es werden die Werte aus allen Messreihen verwendet. Wir haben den Fit mit Hilfe von RooFiLab durchgeführt und folgende Ergebnisse erhalten:

- $m = -0,004977 \frac{1}{\text{cm}^2}$

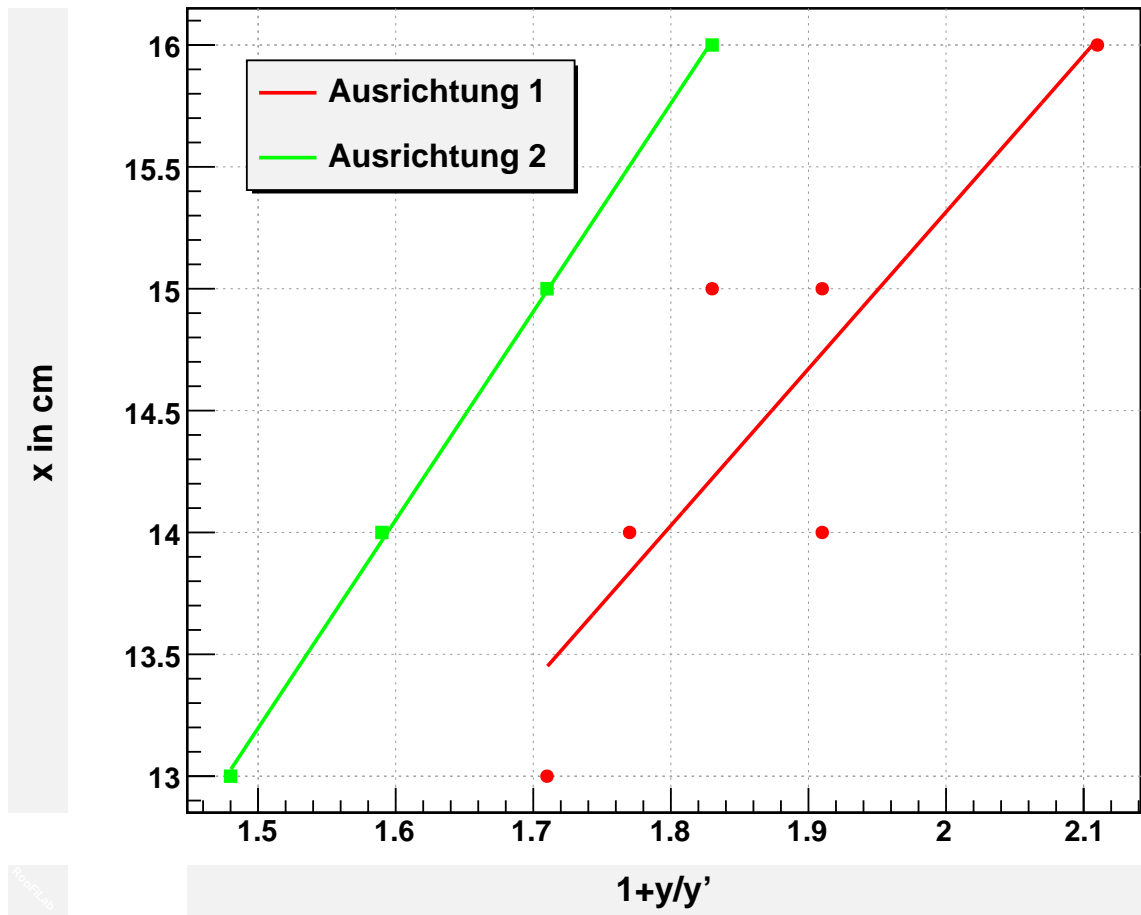


Abbildung 2: Fit der Werte für beide Ausrichtungen bei Linsenabstand 7,85cm

- $b = 0,1564 \frac{1}{cm}$

- $\chi^2 = 4,71629 \cdot 10^{-6}$

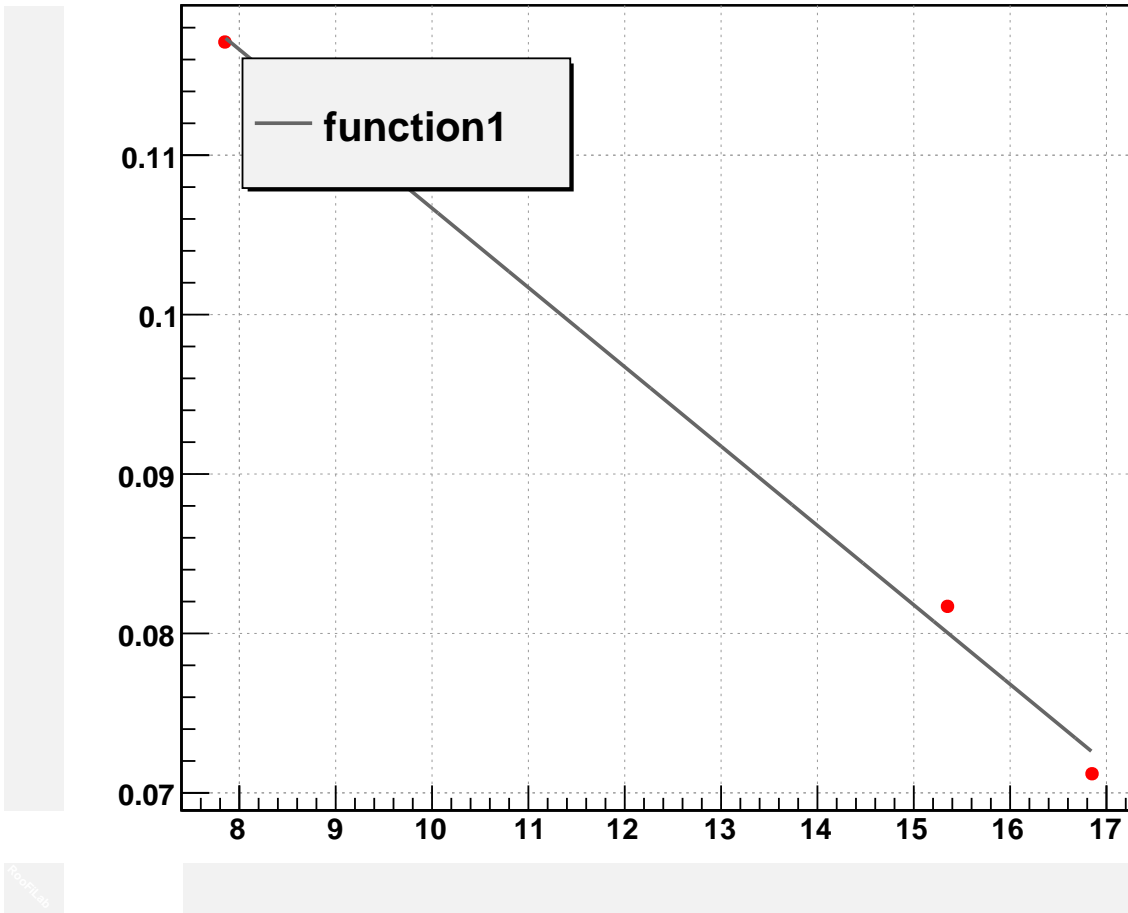


Abbildung 3: Fit der Werte zur Bestimmung der Einzelbrennweiten

Durch Lösen des Gleichungssystems erhält man:

$$f_2 = -\frac{b}{2m} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4m^2} + \frac{1}{m}} \quad (2)$$

$$f_1 = \frac{1}{-f_2 m} \quad (3)$$

Somit ergibt sich für die Brennweiten der einzelnen Linsen  $f_1 = 22,491\text{cm}$  und  $f_2 =$

8,933cm. Wenn man in der Quadratischen Gleichung das andere Vorzeichen wählt, vertauschen sich die beiden Werte sodass  $f_2 = 22,491\text{cm}$  und  $f_1 = 8,933\text{cm}$ .

## 2 Aufbau optischer Instrumente

### 2.1 Fernrohre

**Keplersches Fernrohr** Zuerst wollten wir eine 5-fache Vergrößerung erreichen und haben uns dazu eine Linse mit 1000mm und eine mit 500mm Brennweite ausgesucht. Jedoch beträgt die Baulänge (Addition der Brennweiten) hierzu 1,5m. Dies ist jedoch zu lang für die kleine optische Bank.

Wir entschieden uns für eine 4-fache Vergrößerung unter Verwendung von Linsen mit  $f_2 = 50\text{mm}$  und  $f_1 = 200\text{mm}$  Brennweite. Dadurch ergab sich eine Baulänge von 25cm. Wie auf der Abbildung in der Vorbereitung zu erkennen ist, muss die Linse mit Brennweite 50mm näher am Auge sein.

Um die Vergrößerung messen zu können schauten wir zuerst durch das Fernrohr auf einen Messstab und zählten, wie viele cm-Balken zu erkennen waren. Dann hielten wir uns einen dünnen Papierstreifen soweit vom Auge entfernt, dass die Balken alle verdeckt waren. Nun sahen wir direkt auf den Messstab, ohne die Entfernung zu verändern und zählten wie viele cm-Balken nun vom Papierstreifen überdeckt waren. Der unscharfe Bereich um den Papierstreifen wurde auch dazugezählt. Dabei haben wir abwechselnd gemessen.

Im Mittel haben wir also eine Vergrößerung von 2,42 gesehen. Dies entspricht einer

| Balken mit Instrument | Balken ohne Instrument | Vergrößerung |
|-----------------------|------------------------|--------------|
| 11                    | 30                     | 2,7          |
| 6                     | 10                     | 1,67         |
| 9                     | 22                     | 2,44         |
| 7                     | 20                     | 2,86         |

**Tabelle 8:** Vergrößerung Kepler

Abweichung von 39,4%.

Die Umkehrung des Bildes konnte nicht gut beobachtet werden, da wir nur den Maßstab angeschaut haben.

**Galileisches Fernrohr** Wie in der Vorbereitung beschrieben, musste nur das Okular gegen eine Zerstreuungslinse gleicher Brennweite ausgetauscht werden, um ein Galileisches Fernrohr mit gleicher Vergrößerung zu erhalten. Die Baulänge ( $f_1 - f_2$ ) verkürzte sich um 10cm. Das heißt, das Fernrohr war 15cm lang.

Wie vorher haben wir die Vergrößerung gemessen.

Im Mittel haben wir also eine Vergrößerung von 1,46 gesehen. Dies entspricht einer

| Balken mit Instrument | Balken ohne Instrument | Vergrößerung |
|-----------------------|------------------------|--------------|
| 10                    | 13                     | 1,3          |
| 10                    | 10                     | 1            |
| 8                     | 10                     | 1,25         |
| 13                    | 20                     | 1,54         |
| 9                     | 20                     | 2,22         |

**Tabelle 9:** Vergrößerung Galilei

Abweichung von 63,5%.

Bei beiden Fernrohren, war die Messung der Vergrößerung sehr schwierig. Dies liegt am verwendeten Verfahren. Der unscharfe Bereich war sehr schwer zu erkennen. Außerdem war es schwierig den Abstand zum Maßstab und zum Papierstreifen beim Hochgehen gleich zu lassen.

## 2.2 Projektionsapparat

Als Kondensor haben wir eine Sammellinse mit 50mm Brennweite verwendet, die sich 5cm vor der Lichtquelle befand (bei 30cm auf der optischen Bank).

Das Dia stellten wir möglichst direkt hinter die Sammellinse (33,1cm auf der optischen Bank), wegen der Dicke der Reiter ging dies nicht besser.

Den Schirm haben wir also bei 183,1cm aufgestellt, da die Projektionsfläche 1,5m entfernt sein sollte. Als Dia verwendeten wir wieder die Skala.

Es sollte eine 10-fache Vergrößerung erreicht werden.

Die Vorgaben waren also  $\beta = 10$  und  $a + a^* = l = 1,5m$

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{a^*}{a} = 10 \quad (4)$$

$$a^* = 1,36m \quad (5)$$

Somit musste die Linse bei 47,1cm auf der optischen Bank aufgestellt werden. Mit der Linsengleichung ergab sich eine Brennweite von 12cm.

Allerdings hatten wir nur eine Linse mit 15cm und eine mit 10cm Brennweite zur Verfügung.

Als wir die Linse mit 15cm einbauten, konnte das Bild nicht mehr dargestellt werden weil  $l$  zu groß wurde für die optische Bank.

Um mit der Linse mit 10cm Brennweite ein scharfes Bild zu erhalten haben wir  $a^* = 151,7\text{cm}$  und  $l = 161,9\text{cm}$  eingestellt. Die Skala war auf dem Schirm 13cm lang, somit wurde sie 13-fach vergrößert.

Die Ausleuchtung war jedoch nicht gut. Wir verstellten die Lampe und stellten die Größen neue ein ( $a^* = 153,2\text{cm}$  und  $l = 163,2\text{cm}$ ) und erhielten eine 14cm lange Skala (Vergrößerung also 14-fach). Um unsere Messung mit der Theorie zu vergleichen errechnen wir mit Hilfe der obigen Formel aus dem letzten Messwert die theoretische Brennweite der verwendeten Linse zu  $f = 9,39$  (Abweichung 6%).

Der Strahlengang ist in der Vorbereitung dargestellt.

## 2.3 Mikroskop

Um ein Mikroskop mit 20-facher Vergrößerung zu erhalten, wählten wir für das Objektiv eine 5-fache Vergrößerung und für das Okular eine 4-fache.

Mit Hilfe der Formel für den Abbildungsmaßstab und der Linsenformel ergibt sich

$$f_{Obj} = \frac{5}{6} a_{Obj}$$

. Wir verwendeten eine Linse mit 8cm Brennweite sodass  $a_{Obj} = 9,6\text{cm}$ . Auf der optischen Bank befände sich das Bild bei 97,6cm, sodass wir die Okular Linse mit 6,5cm Brennweite bei 104,1cm aufstellen mussten.

Der Ort des Betrachters sollte also bei  $b = 123,6\text{cm}$  liegen. Auf dem Schirm ergab sich das Bild der Skala, welche wir wieder als Objekt verwendeten, 14cm lang. Dies entspricht einer 14-fachen Vergrößerung. Dies weicht um 30% von der geplanten Vergrößerung ab.

Der Betreuer hat den Aufbau abgenommen.