

Auswertung
mit ausführlicher Fehlerrechnung

Lichtgeschwindigkeit

Versuch P1 42, 44

Iris Conradi, Melanie Hauck
Gruppe Mo-02

7. Dezember 2010

Inhaltsverzeichnis

1	Drehspiegelmethode	3
1.1	Vorbereitung auf den Versuch	3
1.2	Justierung der Apparatur und Messung	3
2	Phasenvergleichsmethode	6
2.1	Vorbereitung auf den Versuch	6
2.2	Justierung der Apparatur und Eichmessung	6
2.3	Lichtgeschwindigkeits- und Brechzahlmessungen	7
2.3.1	Lichtgeschwindigkeit in Luft	7
2.3.2	Brechzahl von Wasser	8
2.3.3	Brechzahl von Plexiglas	9
2.3.4	Lichtgeschwindigkeit in Luft mit Lissajous-Figuren	9
2.3.5	Brechzahlen mit Lissajous-Figuren	10
3	Quellen	10

1 Drehspiegelmethode

1.1 Vorbereitung auf den Versuch

Dieser Aufgabenteil wurde schon in der Vorbereitung ausführlich behandelt.

1.2 Justierung der Apparatur und Messung

Wie in der Aufgabenstellung beschrieben haben wir die Justierung vorgenommen. Am Ende trat der Strahl wieder in die Laseröffnung ein.

Die Abstände wurden mit Hilfe eines Maßbandes mit Zentimetereinteilung eingestellt. Da die auszumessenden Strecken lang waren, hing das Maßband durch und schwankte. Wir schätzen, dass dadurch insgesamt ein Fehler von ungefähr $\pm 2\text{cm}$ bei der Einstellung der Linsenposition und des Abstandes d entstanden ist. Es handelt sich dabei für die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit um einen systematischen Fehler. Er ist für jede Messung gleich.

Außerdem haben wir den Phototransistor ausgerichtet mit dem der Frequenzzähler arbeitet. Dieser hat eine Genauigkeit $< 0,1\%$. Aber selbst wenn sich der Motor schon hochgedreht hatte, hat die Anzeige der Drehzahl noch mindestens in der Zehnerstelle geschwankt. Somit sind die gemessenen Drehzahlen (U/min) etwa mit einem Fehler von ± 50 behaftet. Damit ergibt sich für die Frequenz ein statistischer Fehler von $\pm 0,83Hz$.

Auf dem Schirm hinter dem Strahlteiler haben wir zwei Punkte gesehen. Sie entstehen, da der Strahlteiler eine dicke Glasplatte ist und der Strahl an beiden Oberflächen geteilt wird. Zur Messung haben wir uns einen Punkt ausgesucht und alles bezogen auf diesen Punkt gemessen. Den Ort der Leuchtpunkte auf der Skala konnte man nur auf $\pm 0,25mm$ genau ablesen. Somit ergibt sich für die Differenz der Orte auf dem Schirm ein statistischer Fehler von $\pm 0,5mm$, da sich bei Subtraktionen mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung die absoluten Fehler addieren.

Nachdem wir mit Hilfe der Stimmgabel versucht hatten eine Frequenz von $440Hz$ einzustellen, haben wir $24415 U/min$ abgelesen, also etwa $407Hz$. Jedoch ist es uns sehr schwer gefallen die Schwebung zu hören.

In Abbildung 1 ist die Regressionsgerade im Diagramm Abstand über Frequenz aufgetragen. Die Werte sind dem Messprotokoll zu entnehmen. In x- und y-Richtung haben wir die entsprechenden Fehler angegeben. Es ergaben sich folgende Werte:

- Steigung $m = 0,007906 \pm 0,0012mm \cdot s$
- y-Achsenabschnitt $b = -0,0847 \pm 0,44mm$
- $\chi^2 = 1,39724$

Theoretisch müsste sich eine Ursprungsgerade ergeben. Der vorhandene y-Achsenabschnitt könnte auf einen kleinen systematischen Fehler hindeuten. Jedoch liegt die Null im Fehlerbereich des y-Achsenabschnittes.

Aus der in der Vorbereitung angegebenen Formel ergibt sich für die Lichtgeschwindigkeit:

$$c = \frac{8\pi \cdot d(d_1 + d_2)}{m} \quad (1)$$

Der Fehler der Steigung ist ein statistischer Fehler, da er sich nur aus solchen ergibt. Zusätzlich ist unsere Messung der Lichtgeschwindigkeit mit einem systematischen Fehler

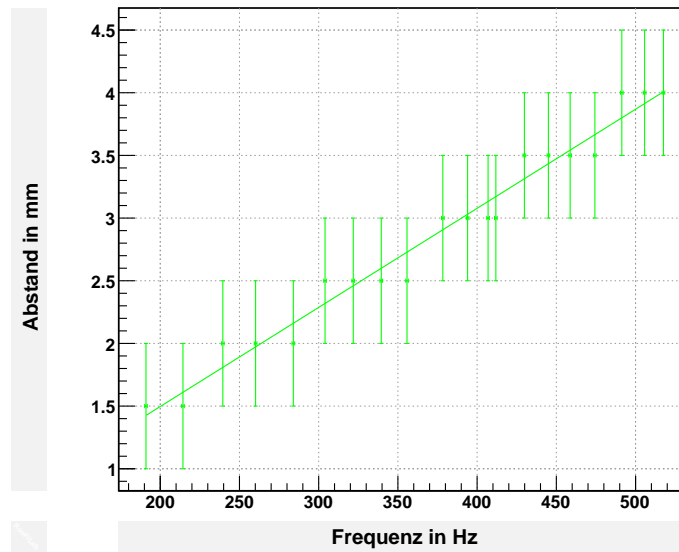


Abbildung 1: Regressionsgerade zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit

durch die Messung von d behaftet.

$$\sigma_{c,stat} = \left| \frac{-8\pi d(d_1 + d_2)}{m^2} \sigma_m \right| \approx 0,46 \quad (2)$$

$$\sigma_{c,sys} = \left| \frac{8\pi(d_1 + d_2)}{m} \sigma_d \right| \approx 0,01 \quad (3)$$

Damit folgt die von uns gemessene Lichtgeschwindigkeit:

$$c = (2,89 \pm 0,46 \pm 0,01) 10^8 \frac{m}{s} \quad (4)$$

Der Literaturwert für Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist $2,998 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$, der Wert für Luft unterscheidet sich nicht stark davon, da die Brechzahl von Luft ungefähr 1 ist. Unsere Messung steht damit also im Einklang.

2 Phasenvergleichsmethode

2.1 Vorbereitung auf den Versuch

Dieser Aufgabenteil wurde schon in der Vorbereitung ausführlich behandelt.

2.2 Justierung der Apparatur und Eichmessung

Nachdem wir uns mit dem Blockschaltbild und der Verkabelung auseinandergesetzt hatten, justierten wir die Leuchtdiode so, dass die Photodiode bestmöglich ausgeleuchtet war. Während der Durchführung der Messungen haben wir noch häufig nachjustiert. Danach stellten wir die Position der Linse so ein, dass die Amplitude der Spannung an der Photodiode maximal war.

Danach haben wir wie gefordert die Frequenzen mit einem Frequenzzähler nachgemessen:

- $\frac{\omega}{10} = 2\pi \cdot 5,99883\text{MHz} \rightarrow \omega = 2\pi \cdot 59,9883\text{MHz}$
- an der Leuchtdiode $\omega - \Omega \approx 2\pi \cdot 100,25\text{kHz}$
- an der Photodiode $\omega - \Omega \approx 2\pi \cdot 100,27\text{kHz}$

Bei der Messung der Differenzfrequenzen schwankte die Anzeige ab der zweiten Nachkommastelle. Wir haben deshalb nur bis zur zweiten Nachkommastelle abgelesen. Zur weiteren Rechnung verwenden wir $\omega - \Omega = 2\pi \cdot 100,26\text{kHz}$.

Mit den so gemessenen Werten ergibt sich der Umrechnungsfaktor für die Zeitdifferenzen zu:

$$\frac{\omega}{\omega - \Omega} \approx 598,33 \quad (5)$$

Zur Eichung legten wir das $\omega/10$ -Signal am Oszilloskop an und zählten die Perioden, die bei verschiedenen Einstellungen für die Zeitablenkung auf dem 10cm großen Schirm zu sehen waren. Es ergeben sich:

- $0,5 \frac{\mu\text{s}}{\text{cm}} \rightarrow 31,5 \text{ Perioden} \rightarrow 0,525 \frac{\mu\text{s}}{\text{cm}}$
- $0,1 \frac{\mu\text{s}}{\text{cm}} \rightarrow 6,5 \text{ Perioden} \rightarrow 0,108 \frac{\mu\text{s}}{\text{cm}}$

2.3 Lichtgeschwindigkeits- und Brechzahlmessungen

2.3.1 Lichtgeschwindigkeit in Luft

Zu Beginn platzierten wir die LED möglichst nah vor der Linse und stellten die Phasenverschiebung zwischen den Signalen auf Null. Danach verschoben wir die LED in 5cm Schritten und maßen die Zeitdifferenz über die Strecke zwischen den Nulldurchgängen. Zwischendurch kontrollierten wir die Anfangsphasenlage und justierten die LED nach. Mit dem neuen Korrekturfaktor ergibt sich:

$$d = c \cdot \frac{\Delta t'}{598,33} \quad (6)$$

$\Delta t'$ ergibt sich aus der auf dem Oszilloskop gemessenen Länge multipliziert mit dem korrigierten Wert für die Zeitablenkung.

Man konnte die Längendifferenzen am Oszilloskop nur auf $\pm 1mm$ genau ablesen. Bei längeren Strecken wurde die Kurve auf dem Oszilloskop breiter. Daher gibt es einige Werte, die mit einem statistischen Fehler von $\pm 2mm$ eingehen. Die gemessenen Streckendifferenzen auf der Zeisschiene sind mit einem statistischen Fehler von $\pm 0,5mm$ behaftet (Einzelstreckenmessung mit $\pm 0,25mm$).

Abbildung 2 zeigt die lineare Regression zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit. Die verwendete Tabelle, in der auch die statistischen Fehler aufgeführt sind, befindet sich am Ende des Protokolls. Es ergaben sich folgende Werte:

- Steigung $m = 31,05 \pm 0,013 \frac{cm}{ns}$
- y-Achsenabschnitt $b = -0,437 \pm 0,024cm$
- $\chi^2 = 5,50197$

Der y-Achsenabschnitt sollte Null sein. Da dies nicht im Fehlerbereich liegt, haben wir einen systematischen Fehler. Wir wissen aber nicht, wie dieser genau eingeht.

Für die Lichtgeschwindigkeit ergibt sich also:

$$c = (3,105 \pm 0,0013)10^8 \frac{m}{s} \quad (7)$$

Dies steht im Widerspruch zum Literaturwert. Der Grund dafür ist, dass wir den systematischen Fehler nicht beziffern konnten.

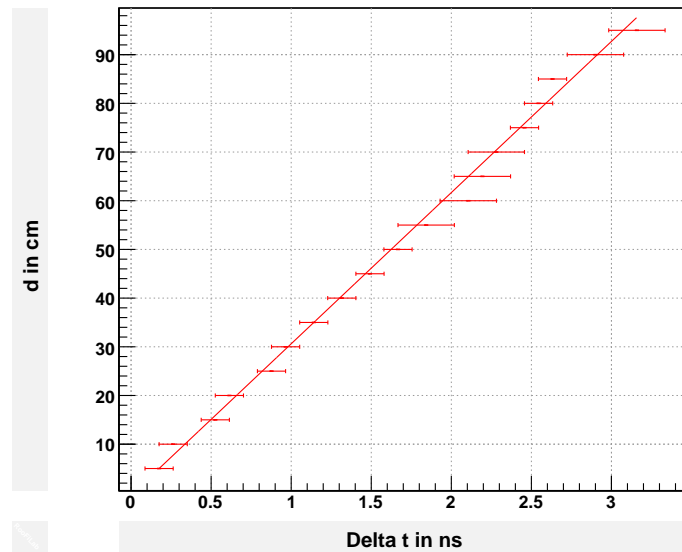


Abbildung 2: Regressionsgerade zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit

2.3.2 Brechzahl von Wasser

Da die Phasenverschiebung nicht direkt abgelesen werden kann, sondern nur Veränderungen der Phasendifferenz beobachtet werden können, muss die Formel aus der Vorbereitung modifiziert werden. Wir haben die Phasendifferenz auf Null gestellt, als das Wasser im Lichtweg war. Dann haben wir die Wassersäule herausgenommen und die entstandene Phasendifferenz abgelesen. Wegen der Differenzbildung fällt in der Formel für Δt der Term d/c_{Luft} weg.

Damit ergibt sich die Formel für die Brechzahl zu:

$$n = 1 + \frac{c_{Luft} \Delta t'}{598,33x} \quad (8)$$

Für die Lichtgeschwindigkeit in Luft nehmen wir den Literaturwert für die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum an. Zur Berechnung von $\Delta t'$ verwenden wir den korrigierten Wert für die Zeitablenkung. Der Ablesefehler am Oszilloskop beträgt wieder $\pm 1mm$. Es ergibt sich für den Bestwert:

$$n = 1,395 \quad (9)$$

Der statistische Fehler ist:

$$\sigma_n = \left| \frac{\partial n}{\partial \Delta t'} \right| \sigma_{\Delta t'} = \left| \frac{c_{Luft} \cdot 1mm \cdot 0,525 \frac{\mu s}{cm}}{598,33x} \right| \approx 0,0263 \quad (10)$$

$$\rightarrow n = 1,395 \pm 0,026 \quad (11)$$

Die Brechzahl von Wasser beträgt jedoch laut Literaturangaben 1,333 für die gelbe Natriumlinie (589,3nm). Die Abweichung zu unserem Wert erklärt sich damit, dass wir nur eine Messung durchgeführt haben.

2.3.3 Brechzahl von Plexiglas

Das Vorgehen ist analog zur vorherigen Aufgabe. Wir verwendeten den langen Plexiglaszylinder.

$$n = 1,35 \pm 0,88 \quad (12)$$

Der Literaturwert beträgt 1,49 für die gelbe Natriumlinie.

2.3.4 Lichtgeschwindigkeit in Luft mit Lissajous-Figuren

Wie in der Vorbereitung beschrieben haben wir die Streckendifferenz zwischen zwei Punkten bestimmt, bei denen eine Gerade zu sehen war. Die Formel zu Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit lautet:

$$c = 2\Delta d' \nu \quad (13)$$

Der Fehler entsteht durch das Ablesen auf der Zeisschiene zu $\pm 0,5mm$. Die Frequenz beträgt 59,9883MHz. Da aber die Figuren auf dem Oszilloskop sehr breite Linien hatte, konnte man die LED um etwa $\pm 3cm$ auf der Zeisschiene verschieben und hat immer eine Gerade gesehen.

$$\rightarrow c = (2,987 \pm 0,037) \frac{m}{s} \quad (14)$$

Der Literaturwert liegt im Fehlerbereich.

2.3.5 Brechzahlen mit Lissajous-Figuren

Durch Einsetzen in die Formel aus der Vorbereitung ergibt sich (Ablesefehler wie zuvor):

$$n_{Wasser} = 1 + \frac{(68,5 - 41,4) \text{ cm}}{1 \text{ m}} \pm \left| \frac{3,05 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \right| = 1,271 \pm 0,0305 \quad (15)$$

$$n_{Plexiglas} = 1 + \frac{(142 - 131,8) \text{ cm}}{0,3 \text{ m}} \pm \left| \frac{3,05 \text{ cm}}{0,3 \text{ m}} \right| = 1,34 \pm 0,102 \quad (16)$$

Es wurde wieder der lange Plexiglaszylinder verwendet.

Beide Ergebnisse liegen tiefer als die Literaturangaben. Jedoch war es schwer eine Einstellung der LED zu finden, bei der mit und ohne Materie die Photodiode gut ausgeleuchtet war.

3 Quellen

- Blüm: Einführung zur Fehlerrechnung im Praktikum; August 2002
- Das große Tafelwerk interaktiv; Cornelsen (ISBN:978-3-464-57144-6)