

Auswertung

Gamma-Spektroskopie und Statistik

Versuch P2-72,73,83

Iris Conradi und Melanie Hauck
Gruppe Mo-02

20. Mai 2011

Inhaltsverzeichnis

1	Impulshöhenspektren	3
1.1	Einkanalbetrieb	3
1.2	Vielkanalbetrieb	4
1.3	Deutung der Spektren	5
2	Aktivität	8
3	Röntgenemission	9
3.1	Energiekalibrierung	9
3.2	Unbekannte Elemente	10
4	Statistik	11
4.1	Stichproben	11
4.2	Mittelwert und Standardabweichung	12
4.3	Häufigkeitsverteilung	12
4.4	Chi-Quadrat-Test	13

1 Impulshöhenspektren

Vor Beginn der Messungen haben wir die Sättigungsspannung bestimmt. Mit Beschleunigungsspannungen (am SEV) oberhalb der Sättigungsspannung sollten keine Versuche durchgeführt werden.

Diese Spannung war daran zu erkennen, dass sich auf dem Oszilloskop waagerechte Linien gebildet haben. Die Sättigungsspannung hat ungefähr den Wert von 913 V.

1.1 Einkanalbetrieb

Die Einkanalmessung wurde mit Cs-137 durchgeführt. Um eine ausreichende Auflösung in vertikaler Richtung zu erreichen, sollte eine Zählrate von über $1000 \text{ }^1/\text{s}$ eingestellt werden.

Die Zählrate kann über den Abstand zwischen Detektor und Strahlungsquelle eingestellt werden. Bei einem Abstand von 2.6 cm betrug die Zählrate $3498.8 \text{ }^1/\text{s}$. Die Zählrate bestimmten wir durch eine kurze Messung im Vielkanalbetrieb.

Außerdem stellten wir im Vielkanalbetrieb auch die Beschleunigungsspannung so ein, dass der Photopeak gerade noch zu sehen war. In dieser Einstellung erhält man die beste Auflösung des Spektrums in horizontaler Richtung.

Jedoch ist die Auflösung im Einkanalbetrieb nur begrenzt. Wir führten nur eine Messung mit 50 Intervallen durch. Im Vielkanalbetrieb haben wir später mit 1024 Kanälen gemessen. In Abbildung 1 ist das entstandene Spektrum zu sehen. Die in der Vorbereitung

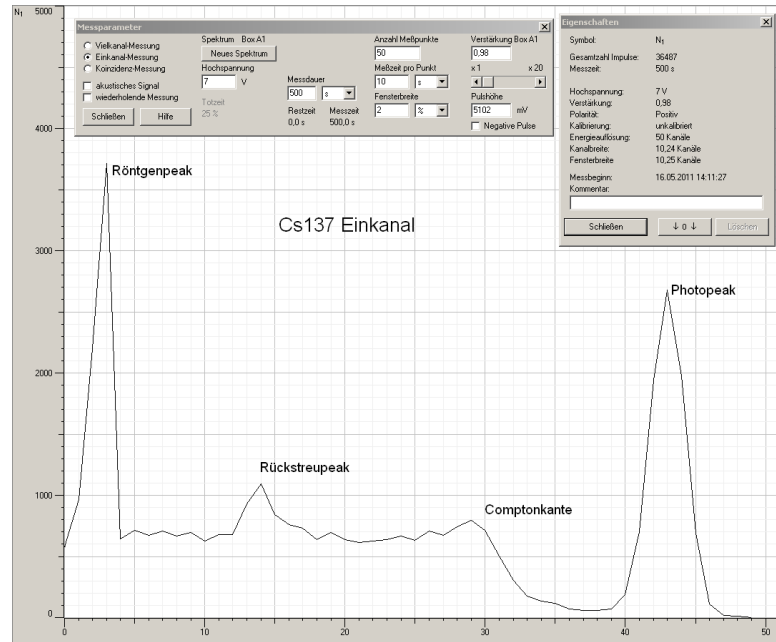


Abbildung 1: Cs-137 Einkanalbetrieb

beschriebenen Erscheinungen sind in der Abbildung markiert.

1.2 Vielkanalbetrieb

Für diesen Aufgabenteil haben wir die Beschleunigungsspannung so eingestellt, dass der Photopeak von Co-60 am rechten Rand des Diagramms lag. Wie man an Tabelle 1 in der Vorbereitung erkennen kann, ist dies der größte Wert den wir für alle drei Proben erwarten. Die Beschleunigungsspannung soll während dieses Versuchs konstant gehalten werden. Die Kanalenergien können dann kalibriert werden (siehe 1.3).

Um die Messungen der drei Spektren auch in y-Richtung vergleichbar zu machen, wurden alle drei Spektren bei einer Zählrate von etwa $1000 \text{ }^1/\text{s}$ aufgenommen. Die einzelnen Werte sind dem Messprotokoll zu entnehmen.

Bei gleicher Beschleunigungsspannung haben wir auch die Untergrundstrahlung aufgenommen. Das Spektrum ist in Abbildung 2 zu sehen. Die Spektren der drei Gammastrahler werden wir nicht um die Untergrundstrahlung korrigieren, da die Zählrate pro Kanal bei der Untergrundstrahlung im Vergleich zu den anderen Messungen sehr gering

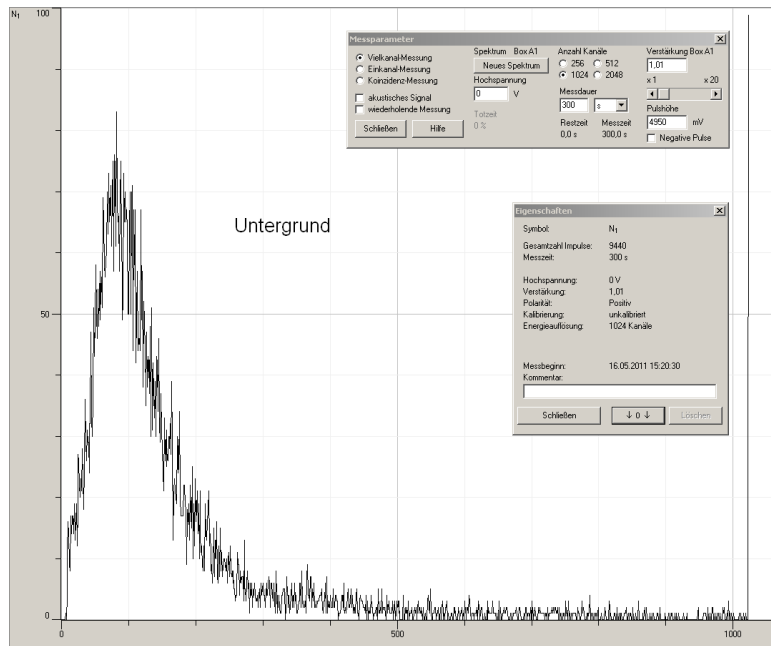


Abbildung 2: Untergrundspektrum

ist. Im Bereich von Kanal 100 ist die Untergrundstrahlung recht stark, jedoch sind bei den anderen Spektren die Zählraten in diesem Bereich immer um etwa eine Zehnerpotenz größer. Außerdem bringt das Untergrundspektrum nur eine Ungenauigkeit in der vertikalen Richtung. Die Lage der Peaks in horizontaler Richtung wird nicht beeinflusst. In 1.3 werden wir im Wesentlichen die Lage der Peaks auf der Kanalachse betrachten.

1.3 Deutung der Spektren

In Abbildung 3 ist das Spektrum des Cs-137 über die Kanäle aufgetragen. Der Photopeak des Cs-137 liegt bei 662 keV (Literaturwert). Im Diagramm haben wir das Maximum des Peaks bei Kanal 470 abgelesen. Unter der Annahme, dass die Apparatur linear ist, entspricht also ein Kanal 1.4085 keV. In den Abbildungen 4,5 sind die anderen beiden

	Kanal	Exp. Wert in keV	Abweichung
Röntgenpeak	30	42.3	32%
Rückstreupeak	140-150	204.2	2.7%
Comptonkante	323-340	466.9	2.3%

Tabelle 1: experimentelle Werte Cs-137

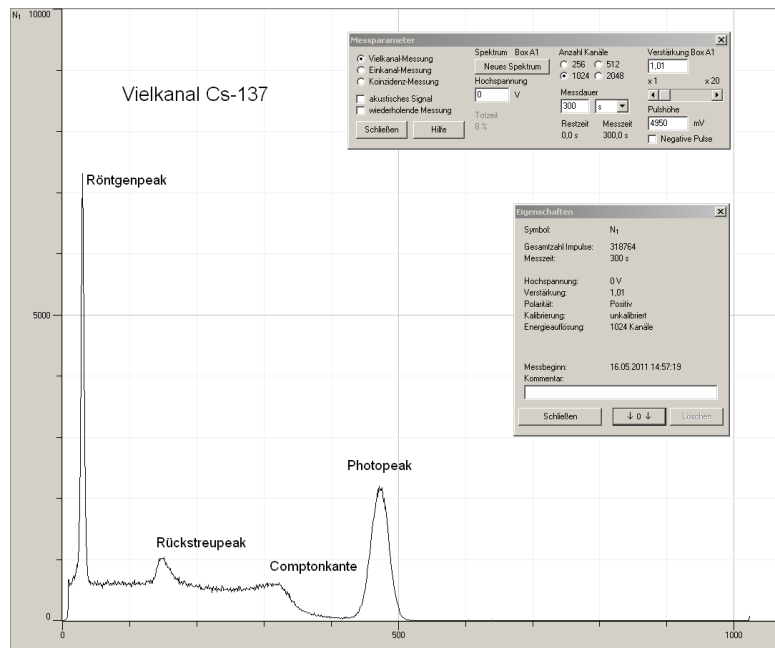


Abbildung 3: Spektrum Cs-137

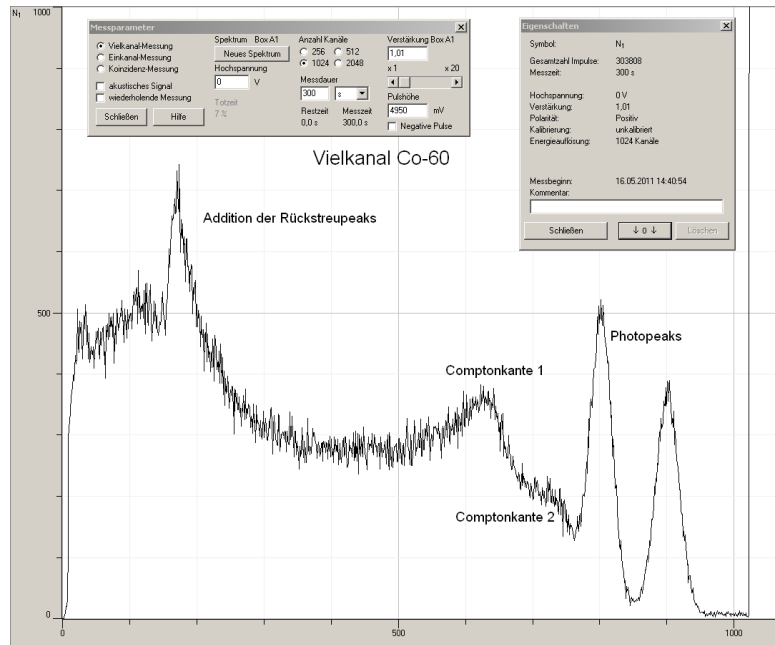


Abbildung 4: Spektrum Co-60

	Kanal	Exp. Wert in keV	Abweichung
Photopeak 2	905	1274.7	4.4%
Photopeak 1	802	1129.6	3.7%
Comptonkante 2	743-754	1054.3	5.8%
Comptonkante 1	641-665	919.8	4.5%
Rückstreupeak 2	174	245.1	14.3%
Rückstreupeak 1	174	245.1	16.8%

Tabelle 2: experimentelle Werte Co-60

Spektren dargestellt. Der Vergleich zwischen theoretischen (vgl. Tabelle 1 in der Vorbereitung) und experimentellen Werten ist in den Tabellen 1,2 und 3 zusammengefasst. Bei Rückstreupeak und Comptonkante sind teilweise Intervalle angegeben, in denen wir den tatsächlichen Wert vermuten. In diesen Fällen waren die Spektren schwer auszuwerten. Der experimentelle Wert in keV wurde mit dem Mittelwert der Intervalle berechnet. Zudem haben wir zu diesen Erscheinungen auch aus dem theoretischen Wert den erwarteten Kanal berechnet. Bei Cäsium und Natrium liegen die theoretischen Kanäle jeweils im von uns angegebenen Intervall. Im Fall von Cobalt liegen die Werte leicht außerhalb der von uns angegebenen Intervalle.

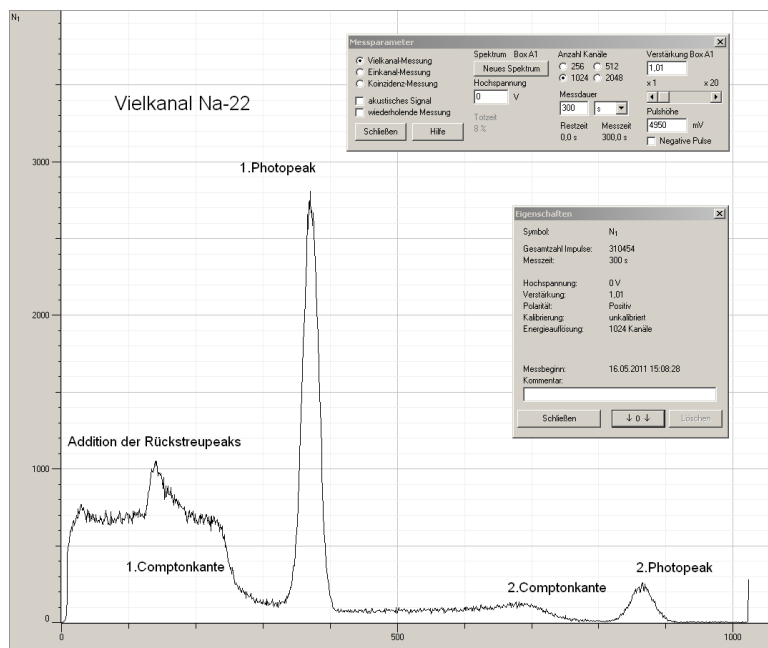


Abbildung 5: Spektrum Na-22

teten Kanal berechnet. Bei Cäsium und Natrium liegen die theoretischen Kanäle jeweils im von uns angegebenen Intervall. Im Fall von Cobalt liegen die Werte leicht außerhalb der von uns angegebenen Intervalle.

Im Fall von Natrium konnten wir die überlagerten Rückstreupeaks von einander unterscheiden. Bei Cobalt war dies nicht möglich.

	Kanal	Exp. Wert in keV	Abweichung
Photopeak 2	866	1219.8	4.3%
Photopeak 1	371	522.6	2.3%
Comptonkante 2	700	986	7.2%
Comptonkante 1	240-256	355.7	4.4%
Rückstreupeak 2	164	231	8.5%
Rückstreupeak 1	140	197.2	15%

Tabelle 3: experimentelle Werte Na-22

Es fällt auf, dass unsere Werte sehr nahe an den theoretischen Werten liegen. Jedoch wird die Abweichung bei kleinen Energien groß.

Die Rückstreupeaks waren schwer zu trennen. Durch die Überlagerung konnten die Maxima nicht exakt bestimmt werden. Dies kann die größeren Abweichungen erklären. Jedoch war der Röntgenpeak bei Cäsium sehr gut abzulesen. Die Abweichung beträgt dennoch 32%. So vermuten wir, dass die Linearität der Apparatur bei niedrigen Energie nicht gegeben ist.

Eine Auftragung der gemessenen gegenüber den theoretischen Energien (vgl. Abbildung 6) macht jedoch deutlich, dass die absoluten Abweichungen bei großen Energien deutlich stärker sind als bei kleinen Energien. Daraus müsste man, wenn man davon ausgeht, dass die sonstigen Fehler nicht von der Energie abhängen, schließen, dass die Linearität der Apparatur bei großen Energien nicht gegeben ist.

Zu bedenken ist, dass bei allen Werten eine Unsicherheit dadurch entsteht, dass man die Lage des Peaks nicht perfekt bestimmen kann, da er nicht δ -förmig ist. Der Röntgenpeak von Cäsium war jedoch sehr scharf und somit sehr präzise abzulesen. Der Fehler kommt bei diesem Peak also hauptsächlich durch schlechte Kalibrierung und fehlende Linearität der Apparatur zustande.

Wir können uns in der Frage der Linearität der Apparatur nicht festlegen.

Die Auflösung des Detektors schätzen wir über die Anzahl Elektronen ab, die von der Photoplatte emittiert wurden und einen Impuls erzeugen, der zum Photopeak von Cs-137 beiträgt. Diese berechnen wir nach Gleichung (2) aus der Vorbereitung. Die Halbwertsbreite haben wir mit 30 Kanälen abgemessen. Daraus ergibt sich $\Delta E_{PP} = 42.255 \text{ keV}$.

$$n_e = \left(\frac{E_{PP}}{\Delta E_{PP}} \right)^2 = \left(\frac{662 \text{ keV}}{42.255 \text{ keV}} \right)^2 = 245.44 \quad (1)$$

2 Aktivität

Zur Bestimmung der Aktivität von Cs-137 verwenden wir Gleichung (3) aus der Vorbereitung. Die Werte für die Nachweiswahrscheinlichkeit w haben wir der Abbildung aus

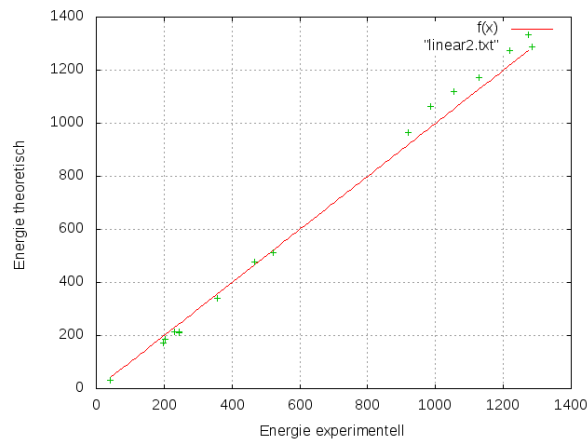


Abbildung 6: Linearität der Apparatur

der Vorbereitungshilfe entnommen. Sie sind im Messprotokoll notiert.

Die Werte, die sich für die Aktivität ergeben unterscheiden sich stark. Sie sind in Tabelle 4 zu finden. Der Mittelwert beträgt 152.632 kBq. Dies legt nahe, dass wir die Probe mit 140 kBq oder 170 kBq verwendet haben.

Die Ungenauigkeit folgt vermutlich daraus, dass die Abbildung zum Ablesen der Nachweiswahrscheinlichkeit nur sehr grobe Werte ermöglicht. Die Zählrate der Untergrund-

Abstand in cm	Aktivität in kBq
0	67.2849
1.5	128.75325
3	147.81043
6	190.12281
10	229.18814

Tabelle 4: Aktivität Cs-137

strahlung beträgt etwa 31.5 1/s . Dieser Wert hat signifikanten Einfluss bei den Abständen 6 cm und 10 cm. Daher korrigieren wir diese entsprechend. Es ergibt sich: 181.84 kBq und 208.91 kBq. Der korrigierte Mittelwert beträgt 146.92 kBq.

3 Röntgenemission

3.1 Energiekalibrierung

Um die Lage der Röntgenpeaks möglichst genau bestimmen zu können, stellten wir die Beschleunigungsspannung so ein, dass die Comptonkante des Cs-137 am rechten Rand

lag. Somit erhöhten wir die Auflösung. Die Beschleunigungsspannung wurde im Laufe des Versuches nicht verändert.

Zuerst nahmen wir ein Spektrum ohne Probepfättchen über eine Messdauer von 200s auf. In diesem liegt sieht man die Röntgenlinie von Barium. Außerdem nahmen wir ein Spektrum mit einem Bleiprobepfättchen auf.

Zur genauen Bestimmung der Lage der Röntgenpeaks führten wir mit Hilfe von gnuplot einen Fit einer Gaussfunktion über die Werte in der Nähe des Röntgenpeaks durch. Der Mittelwert, der in der Gaussfunktion gefittet wurde entspricht der Lage des Röntgenpeaks. In Abbildung 7 sieht man den Fit für den Barium-Röntgenpeak.

Anhand dieser beiden bekannten Elemente kann man eine Geradengleichung bestimmen, die die Beziehung zwischen der Energie und den Kanälen darstellt. Die Energien von Barium und Blei wurden dem Aufgabenblatt entnommen.

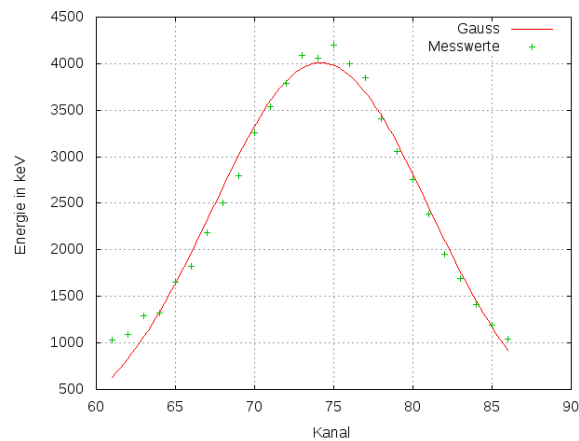


Abbildung 7: Gaussnäherung

Folgende Wertepaare wurden zur Bestimmung der Geradengleichung verwendet:

- Barium: $x = 74.195$; $y = 32.1$ keV
- Blei: $x = 165.857$; $y = 74.2$ keV

Es ergibt sich: $y = 0.4593 \text{ keV} \cdot x - 1.9775 \text{ keV}$. Mit dieser Gleichung kann man nun aus der Lage anderer Peaks auf die Energie schließen. Diese Energien kann man dann über die Tabelle auf dem Aufgabenblatt verschiedenen Elementen zuordnen.

3.2 Unbekannte Elemente

Über den Gaussfit ermittelten wir die Lage zweier Röntgenpeaks, die wir mit den Probepfättchen B und E aufgenommen haben.

- Probe B: $x = 130.096 \rightarrow y = 57.77 \text{ keV}$
- Probe E: $x = 53.0792 \rightarrow y = 22.4 \text{ keV}$

Die y-Werte entsprechen Energien und wurden über obige Geradengleichung bestimmt. Anhand der Tabelle auf dem Aufgabenblatt erkennt man, dass es sich bei Probe E um Silber handelt. Probe B könnte Tantal oder Wolfram sein, wobei es eher Tantal zu sein scheint.

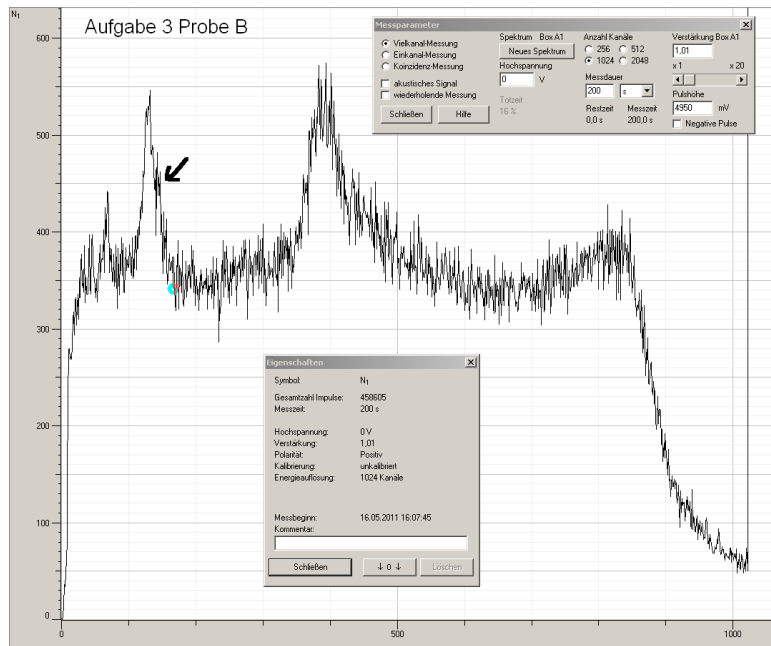


Abbildung 8: Spektrum Probe B

Die Ungenauigkeit bei Probe B, kann daher rühren, dass der Röntgenpeak am rechten Rand noch einen kleinen Peak (siehe Abbildung 8, der erste Röntgenpeak stammt vom Cs-137) hat. Diesen haben wir in die Berechnung nicht mit einbezogen, da die Zählrate zuvor stark absinkt. Wenn man die Gausskurve dahingehend erweitert, könnte der Mittelwert etwas größer werden. Dann könnte es sich um Wolfram handeln.

4 Statistik

4.1 Stichproben

Zur Erstellung der Stichprobe A haben wir die Kanäle 42 bis einschließlich 64 ausgewählt, sodass der Mittelwert schließlich 3.06 betrug.

Die Stichprobe B umfasst alle Kanäle, einschließlich des letzten Kanals, in dem der pile-up zusammengefasst ist.

An das Messprotokoll angeheftet befinden sich die aus den beiden Stichproben erstellten Häufigkeitsverteilungen.

4.2 Mittelwert und Standardabweichung

Nun wurden zu den Stichproben die geforderten Werte berechnet. Zur Berechnung von Mittelwert und Standardabweichung haben wir die entsprechenden Funktionen von Open-Office-Calc verwendet. Die Werte sind in Tabelle 5 dargestellt. Man erkennt das

	Stichprobe A	Stichprobe B
Mittelwert	3.06	31.5533
Standardabweichung	1.7769	6.1943
Standardabweichung des Mittelwerts	0.14541	0.5058
Wurzel des Mittelwerts	1.7493	5.6172

Tabelle 5: Mittelwert und Standardabweichung

für beide Stichproben die Wurzel des Mittelwertes in etwa der Standardabweichung entspricht. Insbesondere Stichprobe A erfüllt diese Bedingung sehr gut. Somit erwarten wir, dass die Häufigkeitsverteilung bei Stichprobe A sehr gut durch die Poissonverteilung gegeben ist. Bei Stichprobe B sollte die Poissonverteilung auch recht gut mit der Häufigkeitsverteilung übereinstimmen.

4.3 Häufigkeitsverteilung

Wie gefordert, haben wir die Werte für die Gauss- und Poissonverteilung, die sich aus obigen Werten für Mittelwert und Standardabweichung ergaben, mit den gemessenen Werten verglichen, und jeweils einen Vorfaktor so bestimmt, dass Messwerte und Verteilung an der Stelle des Mittelwertes in etwa übereinstimmten.

In Abbildung 9 sind die Häufigkeitsverteilungen der beiden Stichproben zu sehen. Wie erwartet, beschreibt die Poissonverteilung die Häufigkeitsverteilung der Stichprobe A sehr gut.

Auch Stichprobe B wird recht gut durch die Poissonverteilung angenähert. Außerdem erkennt man hier, dass für große Mittelwerte Poissonverteilung und Gaussverteilung sehr ähnlich sind.

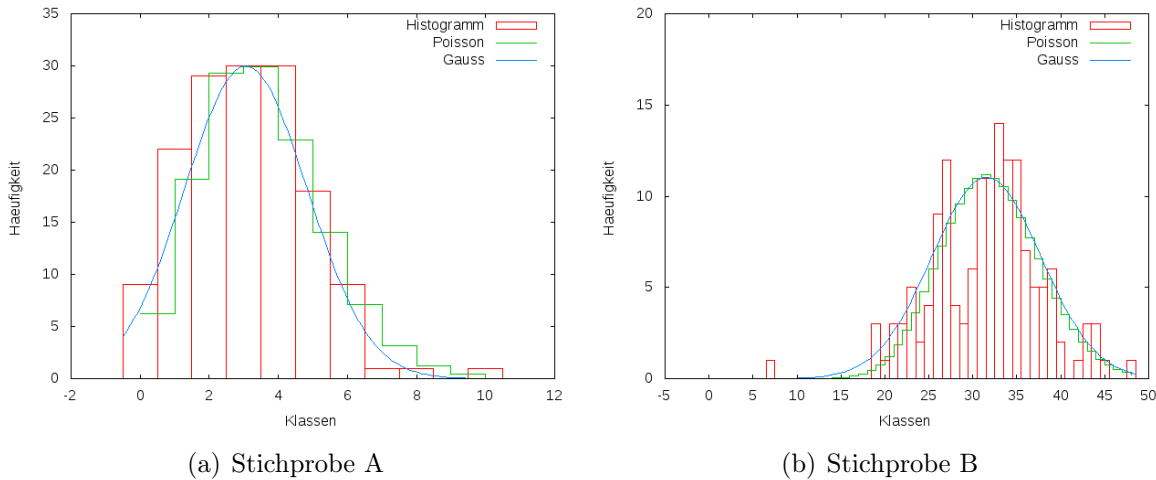


Abbildung 9: Häufigkeitsverteilungen

4.4 Chi-Quadrat-Test

Zur Durchführung des Chi-Quadrat-Tests mussten wir je nach Verteilung auf die wir testen wollten einige Klassen zusammenfassen, damit die erwartete Häufigkeit größer als vier war. Aus der damit erhaltenen Anzahl Klassen musste die Anzahl der Freiheitsgrade bestimmt werden. Dabei mussten für die Poissonverteilung 1 Freiheitsgrad, für die Gaussverteilung 2 Freiheitsgrade abgezogen werden, da ein bzw. zwei geschätzte Parameter in der Verteilung verwendet wurden.

In Tabelle 6 sind unsere Ergebnisse zusammengetragen. Anhand der Tabelle aus der Vorbereitungshilfe stellten wir fest, dass alle Nullhypothesen angenommen werden können. Alle Werte für Chi-Quadrat sind kleiner als die in der Tabelle bei dem entsprechenden Freiheitsgrad angegebenen.

Dies entspricht der Erwartung, denn in den Abbildungen ist zu erkennen, dass die angenommenen Verteilungen mit den Häufigkeitsverteilungen gut übereinstimmen.

	Freiheitsgrade	Chi-Quadrat
Stichprobe A - Gauss	5	5.2543
Stichprobe A - Poisson	6	6.1850
Stichprobe B - Gauss	19	24.7982
Stichprobe B - Poisson	18	25.2194

Tabelle 6: Chi-Quadrat-Test