

Vorbereitung

Gammaspektroskopie und Statistik

Versuch P2-72,73,83

Iris Conradi und Melanie Hauck
Gruppe Mo-02

12. Mai 2011

Inhaltsverzeichnis

Vorbemerkungen	3
1 Impulshöhenspektren	6
1.1 Einkanalbetrieb	6
1.2 Vierkanalbetrieb	6
1.3 Deutung der Spektren	6
2 Aktivität	7
3 Röntgenemission	7
4 Statistik	8
4.1 Stichproben	8
4.2 Mittelwert und Standardabweichung	8
4.3 Häufigkeitsverteilung	8
4.4 Chi-Quadrat-Test	8
Literatur	9

Vorbemerkungen

Gammastrahlung Im Zusammenhang mit radioaktiven Zerfällen tritt auch die Abstrahlung hochenergetischer Photonen (Gammaquanten) auf. Nach einem Zerfall kann noch eine Energiedifferenz zur Energie des Grundzustandes des entstandenen Nukleons existieren. Diese wird durch Abstrahlung eines entsprechenden Photons überwunden. Wenn Umordnungsprozesse im Kern nötig sind, können währenddessen metastabile Zustände auftreten. Für jede erfolgte „Teilumordnung“ wird ein Gammaquant abgestrahlt.

Wechselwirkungsprozesse Gammaquanten weist man durch ihre Wechselwirkung mit Materie nach. Im Folgenden erläutern wir die drei grundlegenden Wechselwirkungsprozesse.

Comptonstreuung Die Comptonstreuung gleicht klassischen Stoßprozessen. Das gestoßene Elektron muss also quasi frei sein, d.h. quasi kontinuierliche Energien haben können. Die Comptonstreuung tritt somit nur bei Elektronen der äußeren Schalen auf. Nach dem Stoß existiert ein freies Elektron und ein Photon geringerer

Energie. Die Compton-Formel $\Delta\lambda = h/m_0c(1 - \cos\theta)$ beschreibt den Zusammenhang zwischen Streuwinkel θ des Photons und seiner Energieänderung. Wenn der Streuwinkel 180° beträgt, hat das Photon die größt mögliche Energie an das Elektron abgegeben.

Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Comptonstreuung steigt mit höherer Ordnungszahl der Materie in der gestreut wird, da dann mehr Elektronen vorhanden sind. Außerdem sinkt die Wahrscheinlichkeit mit zunehmender Quantenenergie.

Photoeffekt Im Gegensatz zur Comptonstreuung wird beim Photoeffekt ein Elektron aus einem niedrigeren Energieniveau herausgeschlagen. Die gesamte Energie des Gammaquants geht auf das Elektron über. Das Elektron hat dann eine kinetische Energie, die der Energie des Gammaquants abzüglich der Bindungsenergie entspricht. Ein Elektron aus einer höheren Schale nimmt den Platz des herausgeschlagenen Elektrons ein. Dabei wird ein Photon emittiert. Dieses kann wieder zu Comptonstreuung oder Photoeffekt führen. Auch der Photoeffekt geschieht hauptsächlich bei niedrigen Quantenenergien und Atomen mit vielen Elektronen.

Paarbildung Wenn die Energie des Gammaquants größer ist, als die doppelte Ruheenergie eines Elektrons, so ist Paarbildung möglich. Es entsteht ein Positron und ein Elektron. Das Positron zerstrahlt mit einem Elektron zu zwei Photonen. Diese Photonen können wieder Comptonstreuung und Photoeffekt verursachen. Das Elektron kann, wenn es nicht mit dem Positron zerstrahlt ist, und wenn es die richtige Energie hat, ein Elektron in einem Atom anregen. Dies führt wieder zur Abstrahlung eines Photons.

Da zur Paarbildung sehr hohe Quantenenergien nötig sind, tritt dies in unserem Versuch kaum auf.

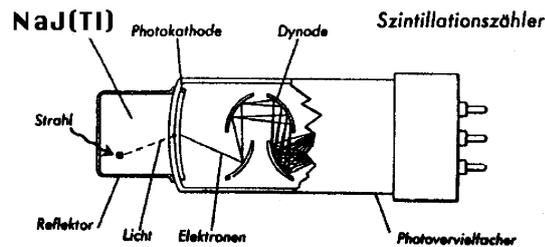


Abbildung 1: Szintillationszähler

Detektor In Abbildung 1 ist ein Szintillationszähler zu sehen. Die Gammaquanten treffen auf einen Szintillationskristall. Dort erzeugen Sie nach obigen Wechselwirkungsprozessen Photonen niedrigerer Energie. Diese treffen auf eine Photokathode. Deren Material ist so gewählt, dass die Austrittsarbeit der Elektronen aus dem

Metall (Photoeffekt) geringer ist als die Energie der zu erwartenden Photonen. Im Sekundärelektronenvervielfacher befinden sich mehrere Dynoden zwischen denen jeweils eine Spannung herrscht. Die ankommenden Elektronen können weitere Elektronen aus dem Dynodenmaterial herausschlagen und alle Elektronen werden zur nächsten Dynode beschleunigt. So wird das durch das Lichtquant erzeugte Photoelektron verstärkt. Es kann ein elektrischer Impuls gemessen werden.

Spektrum Der elektrische Impuls ist proportional zur Energie der einfallenden Gammaquanten. Somit kann mit diesem Detektor ein Spektrum aufgenommen werden. In einem Spektrum wird die relative Häufigkeit von Quanten gegen ihre Energie aufgetragen.

Im Spektrum wird deutlich der Photopeak zu sehen sein. Er befindet sich bei der Energie der Gammaquanten, denn die durch den Photoeffekt indirekt erzeugten Photonen entstehen sehr schnell. Die Energie dieser Photonen wird im Detektor gleichzeitig registriert.

Außerdem wird man die sogenannte Comptonkante sehen können. Sie entsteht dadurch, dass die Elektronen nur eine bestimmte Energie vom Gammaquant erhalten können. Die von diesen Elektronen erzeugten Lichtquanten werden gemessen. Die vielen der gestreuten Gammaquanten verlassen den Detektor, da der Streuwinkel bei hoher Energieabgabe sehr groß ist, ohne dass sie registriert werden. Es wird nur die an das Elektron abgegebene Energie gemessen.

Wenn nun von der Quelle ein Gammaquant in die entgegengesetzte Richtung ausgesendet wird und dieses eine Comptonstreuung mit Rückstreuung (Streuwinkel nahe 180°) erfährt, so gelangen Gammaquanten mit niedrigerer Energie in den Detektor. Die Elektronen, die gestoßen wurden, gelangen nicht in den Detektor. Somit erkennt man einen Peak (den Rückstreupik), der sich bei der Differenzenergie von Photopeak und Comptonkante befindet.

Die sogenannten „Escape-Peaks“ entstehen, wenn die Quanten, die durch die Zerstrahlung von Positron und Elektron (nach Paarbildung) entstanden sind, das Szintillationsmaterial verlassen.

Das zeitliche Auflösungsvermögen des Detektors ist begrenzt. Sehr schnell aufeinanderfolgende Gammaquanten könnten als ein Quant mit hoher Energie ausgewertet werden („pile-up“).

Das Spektrum hat keine scharfen Kanten, sondern ist verschmiert. Dies ergibt sich, da die zu messenden Prozesse statistischer Natur sind und da das Energieauflösungsvermögen des Detektors begrenzt ist.

Bei bestimmten Elementen, bei denen sich die Elektronen sehr nahe am Kern befinden (hohe Ordnungszahl), kann die überschüssige Energie an ein Elektron übertragen werden, anstatt als Gammaquant ausgesendet zu werden. Dieses verlässt das Atom. Ein äußeres Elektron springt an diese Stelle. Dabei wird ein Photon im Röntgenbereich emittiert. Dieses wird im Spektrum als Röntgenpeak gemessen.

1 Impulshöhenspektren

1.1 Einkanalbetrieb

Zur Messung im Einkanalbetrieb muss das zu messende Intervall in Teilintervalle zerlegt werden. Die Teilintervalle werden nacheinander gemessen. Es wird jeweils gezählt, wie häufig eine Spannung aus diesem Teilintervall aufgetreten ist.

Aus der Messung der einzelnen Intervalle erhält man ein Spektrum. Jedoch ist dieses nicht sehr genau, da die oben angesprochene Energieauflösung (Größe der Teilintervalle) sehr gering ist.

1.2 Vierkanalbetrieb

Nun werden drei Proben im Vierkanalbetrieb gemessen. Damit können 1024 Teilintervalle gleichzeitig gemessen werden.

Zudem soll das Untergrundspektrum (ohne Strahlungsquelle) gemessen werden, um die Spektren korrigieren zu können.

1.3 Deutung der Spektren

Die in den Vorbemerkungen genannten Effekte sollen an den Spektren beobachtet werden. Die theoretischen Werte der markanten Punkte sind in Tabelle 1 aufgelistet. Die Energie der Comptonkante E_{CK} ist durch nachfolgende Gleichung gegeben (ergibt sich aus der Compton-Formel mit der Wahl $\theta = \pi$).

$$E_{CK} = E_{\gamma} - E_{\gamma,gestreut} = \frac{E_{\gamma}}{\frac{m_0 c^2}{2E_{\gamma}} + 1} \quad (1)$$

Da die Auflösung durch die relative Standardabweichung begrenzt ist, kann man die

	PP 1	CK 1	RP 1	PP 2	CK 2	RP 2
Co-60	1173keV	963,2keV	209,8keV	1333keV	1118,6keV	214,4keV
Cs-137	662keV	477,7keV	184,3keV			
Na-22	511keV	340,7keV	170,3keV	1275keV	1062,2keV	212,8keV

Tabelle 1: markante Punkte (Photopeak PP, Comptonkante CK und Rückstreupik RP)

Anzahl der Elektronen n_e mittels der Halbwertsbreite des Photopeaks ΔE_{PP} folgendermaßen abschätzen

$$\frac{\Delta E_{PP}}{E_{PP}} = \frac{1}{\sqrt{n_e}} \quad (2)$$

2 Aktivität

Die Aktivität A eines radioaktiven Materials ist die Anzahl der Zerfälle pro Zeiteinheit. Aus der Abbildung in der Vorbereitungshilfe kann man das Verhältnis w der registrierten zu den insgesamt von der Quelle emittierten Gammaquanten bei einem bestimmten Abstand zwischen Quelle und Szintillationszähler und einer gewählten Quantenenergie ablesen. Das Diagramm berücksichtigt, dass bei gegebenem Abstand nur die Gammaquanten, die in einem bestimmten Raumwinkel emittiert wurden, auf den Szintillationszähler fallen.

Damit kann man aus der Zählrate die Anzahl von der Quelle emittierter Gammaquanten N berechnen. Mittels der Messdauer T kann die Aktivität bestimmt werden. Jedoch hat der Detektor eine Totzeit, d.h. unmittelbar nach einer Messung registriert er kein weiteres Auftreffen. Daher muss die Messdauer um diese Totzeit verringert werden um die Aktivität korrekt zu erhalten. τ gibt den Anteil der Messzeit an, in der der Detektor nicht messen kann. Es ergibt sich folgende Gleichung:

$$A = \frac{N}{T \cdot (1 - \tau) \cdot w} \quad (3)$$

Außerdem kann die Zählrate noch um die Untergrundstrahlung korrigiert werden.

3 Röntgenemission

Nach dem Moseley-Gesetz ist die Energie des Röntgenpeaks (siehe Vorbemerkungen) proportional zum Quadrat der Ordnungszahl. Somit kann man aus der Energie eines solchen Peaks mit Hilfe der Moseleygeraden das zugehörige Element bestimmen.

Dies soll in dieser Aufgabe durchgeführt werden. Zuerst soll für zwei bekannte Elemente der Röntgenpeak gemessen und damit die Moseleygerade bestimmt werden.

4 Statistik

4.1 Stichproben

Es soll mit 256 Kanälen hunderfüfzigmal der Untergrund gemessen werden. Aus diesen Daten sollen zwei Stichproben generiert werden.

4.2 Mittelwert und Standardabweichung

Nun sollen für beide Stichproben Mittelwert x_m , Standardabweichung s und Standardabweichung des Mittelwerts s_{x_m} berechnet werden.

$$x_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (4)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - x_m)^2} \quad (5)$$

$$s_{x_m} = \frac{s}{\sqrt{N}} \quad (6)$$

4.3 Häufigkeitsverteilung

Nun sollen die Histogramme der beiden Stichproben gemeinsam mit den entsprechenden Gauß- und Poissonverteilungen dargestellt werden.

$$\text{Gaußverteilung} \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s} e^{-\frac{(x-x_m)^2}{2s^2}} \quad (7)$$

$$\text{Poissonverteilung} \quad f(x) = e^{-x_m} \frac{x_m^x}{x!} \quad (8)$$

Für große Mittelwerte kann die Poissonverteilung durch eine Gaußverteilung angenähert werden.

4.4 Chi-Quadrat-Test

Nun soll mittels des Chi-Quadrat-Tests ermittelt werden, ob die Stichproben poisson- oder gaußverteilt sind.

Der Wert für Chi-Quadrat ermittelt sich aus der experimentell ermittelten Häufigkeit B_k in der entsprechenden Klasse k und der nach der Verteilung erwarteten Häufigkeit E_k .

$$\chi^2 = \sum_k \frac{(B_k - E_k)^2}{E_k} \quad (9)$$

Die erwarteten Häufigkeiten sollten nicht unter 4 liegen. Andernfalls müssen Klassen zusammengelegt werden. Der Wert für Chi-Quadrat hat $k - 1$ Freiheitsgrade. Anhand der Tabelle in der Vorbereitungshilfe kann bei gewählter Irrtumswahrscheinlichkeit überprüft werden, ob die Hypothese (entsprechende Verteilung liegt vor) zutrifft. In diesem Fall ist der Wert für Chi-Quadrat kleiner als der in der Tabelle abzulesende Wert.

Literatur

- Dr. Peter Blüm: Einführung zur Fehlerrechnung im Praktikum; August 2002
- Vorbereitungshilfe
- H. Krieger: Strahlenphysik, Dosimetrie und Strahlenschutz; 5. Auflage Teubner 2002
- Eichler, Kronfeldt, Sahm: Das neue physikalische Grundpraktikum; Springer 2001
- Musiol, Ranft, Reif, Seeliger: Kern- und Elementarteilchenphysik; VCH 1988