Vorbereitung

Ideales und reales Gas
Versuch P2-47,48,49

Iris Conradi und Melanie Hauck
Gruppe Mo-02

6. Mai 2011

Inhaltsverzeichnis

Vorbereitende Bemerkungen **3**

1 Jollysches Gasthermometer **4**

2 Bestimmung von κ **5**
2.1 Methode von Clément-Desormes 6
2.2 Vergleichsmessungen 7
2.3 Methode von Rüchardt 7

3 Dampfdruckkurve **9**

Literatur **10**

Vorbereitende Bemerkungen

Die Thermodynamik beschreibt Systeme mit sehr vielen Teilchen. Es werden nur pauschale Aussagen gemacht, man erhält keine Informationen über das Verhalten einzelner Teilchen.

Wenn die Teilchen eines Gases gleichartig sind, und ihre Wechselwirkung sehr klein ist, so bezeichnet man es als ideales Gas. Normale Gase können bei nicht zu niedrigen Temperaturen als ideale Gase betrachtet werden.
Das Verhalten eines idealen Gases wird durch seine Zustandsgleichung beschrieben:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \tag{1}$$

wobei $R = N_A k_B$ gilt. Die Temperatur T in dieser Gleichung ist die thermodynamische Temperatur in der Einheit Kelvin. Sie ist so definiert, dass der absolute Nullpunkt bei 0 K liegt. Eine Temperatur ϑ in ° Celsius wird wie folgt in die thermodynamische Temperatur T umgerechnet:

$$T = 237,15K + \vartheta \tag{2}$$

Der Tripelpunkt des Wassers liegt bei 237.16 K. An diesem Punkt befindet sich das Wasser zwischen den Zuständen flüssig, fest und gasförmig. Sie liegen in einem dynamischen Gleichgewicht vor.

Wenn die Wechselwirkung zwischen den Teilchen nicht vernachlässigbar klein ist, dann

handelt es sich um ein reales Gas. Die Zustandsgleichung lautet:

$$\left(P + \underbrace{a\frac{n^2}{V^2}}_{Binnedruck} \right) \cdot (V - \underbrace{nb}_{Kovolumen}) = n \cdot R \cdot T \tag{3}$$

Sie wird auch als van-der-Waals-Gleichung bezeichnet. Für $a = b = 0$ erhält man wieder die Gleichung des idealen Gases.

1 Jollysches Gasthermometer

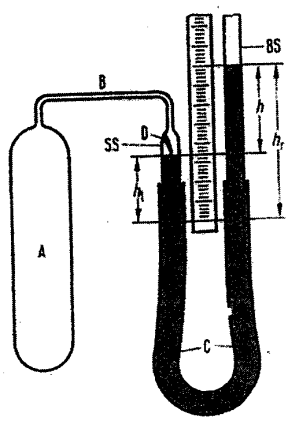

Abbildung 1: Gasthermometer

In Abbildung 1 ist der Aufbau eines Gasthermometers zu sehen. Die Luft, die sich in Rezipient (A) und Kapillarrohr (B) befindet, wird auf konstantem Volumen gehalten, in dem das bewegliche Rohr (BS) so in der Höhe verstellt wird, dass die Quecksilbersäule immer am Dorn (D) anstößt. Durch Messung der Höhen h_r und h_l bestimmt man die Differenzhöhe h aus der sich der Druck im Gasbehälter folgendermaßen bestimmen lässt:

$$P = P_0 + P_Q \tag{4}$$

wobei P_O den barometrischen Luftdruck und R_Q den von der Quecksilbersäule mit Höhe h ausgeübten Druck bezeichnen.

Die Luft wird hierbei als ideales Gas betrachtet. Es gilt die Zustandsgleichung $PV = nRT$. Da das Volumen bei den verschiedenen Temperaturen konstant gehalten wird,

ergibt sich

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} \tag{5}$$

Im Versuch führen wir eine Messung bei 0° Celsius und eine Messung bei der Siedetemperatur von Wasser ϑ_b in Celsius durch. Für diesen Fall gilt:

$$\frac{P_2}{P_1} = 1 + \alpha \cdot \vartheta_b \tag{6}$$

wobei man α den Spannungskoeffizienten von Luft nennt.

Bei der Messung tritt jedoch ein Problem auf. Die Luft die sich in der Kapillare befindet, bleibt bei der gesamten Messung auf Zimmertemperatur. Außerdem verändert der Rezipient entsprechend seines thermischen Ausdehnungskoeffizienten γ sein Volumen. Diese Fehler sind in folgender Gleichung korrigiert.

$$\alpha = \frac{P_2 - P_1}{P_1} \cdot \frac{1}{\vartheta_b} + \frac{P_2}{P_1}\left(\gamma + \frac{v}{V \cdot T_Z}\right) \tag{7}$$

Dabei bezeichnet v das Volumen der Kapillare und V das Volumen des Rezipienten. Diese Werte kann man am Gasthermometer abschätzen. Die thermodynamische Zimmertemperatur T_Z erhält man durch eine weitere Messung mit dem Gasthermometer. Mit Hilfe von Gleichung (5) und der Messung bei 0° Celsius kann man T_Z berechnen.

Durch Gleichsetzen von (5) und (6) und der Wahl $T_2 = 0\,\mathrm{K}$ und $T_1 = 237.15\,\mathrm{K}$ (somit $\vartheta_b = \vartheta_{NP}$) erkennt man, dass man den absoluten Nullpunkt in Celsius folgendermaßen berechnen kann:

$$\vartheta_{NP} = -\frac{1}{\alpha} \tag{8}$$

2 Bestimmung von κ

In dieser Aufgabe soll der Adiabaten-/Polytropenexponent κ bestimmt werden. Dieser beschreibt das Verhältnis zwischen der Wärmekapazität bei konstantem Volumen C_V und der Wäremkapazität bei konstantem Druck C_P. Er wird Adiabatenexponent genannt, da er in der Gleichung für adiabiatische Prozess (keine Änderung der Wärmemenge) auftritt:

$$PV^\kappa = const. \quad \text{bzw.} \quad TV^{\kappa-1} = const. \tag{9}$$

2.1 Methode von Clément-Desormes

Abbildung 2 zeigt den Versuchsaufbau. Der Versuch verläuft in vier Schritten. Die Darstellung der Prozessschritte im PV-Diagramm ist in Abbildung 3 skizziert.

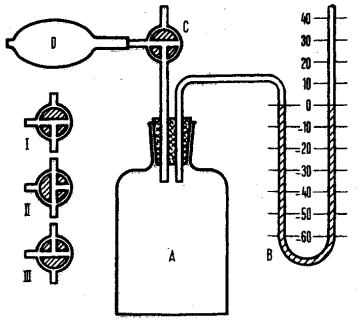

Abbildung 2: Versuchsaufbau

Zunächst wird mit dem Blasebalk ein Überdruck ΔP_1 (abzulesen am Manometer) erzeugt ($1 \rightarrow 2$), sodass der Druck des Gases $P = P_0 + \Delta P_1$ beträgt. Das Volumen des Rezipienten bezeichnen wir mit V_0. Es bleibt während des ersten Teilprozesses konstant. Die Temperatur das Gases bezeichnen wir mit T_0.

Nun wird der Rezipient geöffnet. Der Überdruck baut sich schnell ab ($2 \rightarrow 3$). Das Volumen des Gases nimmt also um ΔV zu, die Temperatur nimmt um ΔT ab, da beim Expandieren Arbeit verrichtet wurde.

Der Ausgleich des Überdrucks erfolgt sehr schnell, sodass der Wärmeaustausch mit

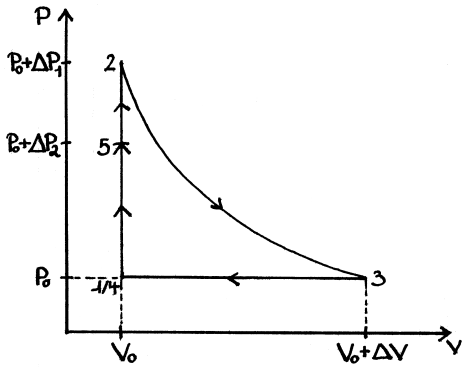

Abbildung 3: PV-Diagramm

der Umgebungsluft sehr gering ist. Somit kann dieser Prozess als adiabatisch betrachtet

werden. Es gilt also Gleichung (9).

$$(P_0 + \Delta P_1)\, V_0^\kappa = P_0 (V_0 + \Delta V)^\kappa \tag{10}$$

$$T_0\, V_0^{\kappa-1} = (T_0 - \Delta T)(V_0 + \Delta V)^{\kappa-1} \tag{11}$$

Hier ist $\Delta V \ll V_0$, sodass man die Terme $(V_0 + \Delta V)^\kappa$ und $(V_0 + \Delta V)^{\kappa-1}$ bis zur ersten Ordnung entwickelt erhält man:

$$\frac{\Delta P_1}{P_0} = \kappa \frac{\Delta V}{V_0} \tag{12}$$

$$\frac{\Delta T}{T_0} = (\kappa - 1) \frac{\Delta V}{V_0} \tag{13}$$

Nach dem Druckausgleich wird der Rezipient sofort wieder verschlossen ($3 \to 4$).

Nach einiger Zeit hat die Luft im Rezipienten wieder die Temperatur T_0 angenommen. Dies führt zu einem erneuten Überdruck von ΔP_2 ($4 \to 5$).

Die Zustandsgrößen der letzten beiden Teilschritte setzten wir jeweils in die Zustandsgleichung des idealen Gases ein und dividieren die Gleichungen. Dies ergibt:

$$\frac{P_0}{P_0 + \Delta P_2} = 1 - \frac{\Delta T}{T_0} \tag{14}$$

Wenn man nun diese Gleichung mit den Gleichungen (12), (13) verrechnet, so erhält man die Gleichung zur Bestimmung des Adiabatenexponenten. Dabei wurde noch verwendet, dass $\Delta P_1 \ll P_0$.

$$\kappa = \frac{\Delta P_1}{\Delta P_1 - \Delta P_2} \tag{15}$$

2.2 Vergleichsmessungen

Es soll überprüft werden, ob bei obiger Messung ein adiabatischer Prozess angenommen werden kann. Dazu werden nochmals Messungen mit verschiedener Druckausgleichsdauer durchgeführt.

2.3 Methode von Rüchardt

In Abbildung 4 ist der Versuchsaufbau dargestellt. Die Metallkugel wird in des Rohr fallen gelassen. Es entsteht eine Schwingung.

Wir suchen also eine Gleichung der Form

$$m \cdot \ddot{x} + D \cdot x = 0 \tag{16}$$

Die Kraft auf die Metallkugel resultiert aus dem Druckunterschied ΔP zwischen Umge-

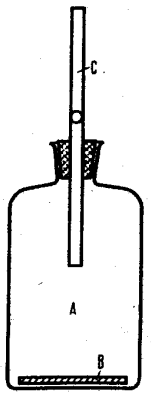

Abbildung 4: Versuchsaufbau

bung und Rezipient $m\ddot{x} = A\Delta P$, wobei A die Querschnittsfläche des Präzisionsglasrohrs bezeichnet.
Da der Prozess adiabatisch abläuft, gilt

$$PV_0^{\kappa} = (P + \Delta P)(V_0 + Ax)^{\kappa} \tag{17}$$

P ist der Druck der in der Ruhelage der Kugel im Rezipienten herrscht. Es gilt $P = P_0 + P_K$. Diese Gleichung kann man nach ΔP umstellen und den $(V_0 + Ax)^{-\kappa}$ Term nach x bis zur ersten Ordnung entwickeln.

$$m\ddot{x} + \frac{PA^2\kappa}{V_0}x = 0 \tag{18}$$

Dies ist die Gleichung des harmonischen Oszillators. Somit gilt

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{PA^2\kappa}{V_0 m}} \tag{19}$$

Damit ist die Bestimmungsgleichung für κ gegeben durch:

$$\kappa = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{V_0 m}{PA^2} \tag{20}$$

Durch Messung der Schwingungsdauer kann κ bestimmt werden.

3 Dampfdruckkurve

Bei vorgegebener Temperatur gibt es einen bestimmten Druck, dem Sattdampfdruck, bei dem sich das Gas genau zwischen den Zuständen flüssig und gasförmig befindet. Es handelt sich um ein dynamisches Gleichgewicht, es kondensieren genausoviele Atome, wie Atome gasförmig werden.
Die Dampfdruckkurve entsteht, indem man Wertepaare von Temperatur und Sattdampfdruck aufträgt.

Zur Messung des Sattdampfdruckes wird der in Abbildung 5 gezeigte Aufbau verwendet. Es wird ein Quecksilber U-Manometer mit einem kurzen und einem langen Schenkel

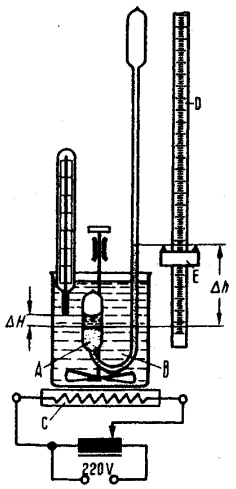

Abbildung 5: Versuchsaufbau

verwendet. Im Gefäß A ist über dem Quecksilber n-Hexan geschichtet.
Dieses Gefäß befindet sich in einem Wasserbad. Damit können die verschiedenen Temperaturen realisiert werden. Im Gefäß A stellt sich der Sattdampfdruck P des n-Hexans ein. Diesen kann man durch Höhendifferenzmessung am Manometer ablesen.
Zur Berechnung der Verdampfungswärme Λ verwenden wir die Clausius-Clapeyron-Gleichung, die Steigung der Dampfdruckkurve beschreibt.

$$\frac{dP}{dT} = \frac{1}{T}\frac{\Lambda}{V_{Dampf} - V_{Fl}} \tag{21}$$

Mit der Annahme $V_{Fl} \ll V_{Dampf}$ und unter Verwendung des idealen Gasgesetzes ergibt

sich

$$\frac{dP}{dT} = \frac{1}{T}\Lambda\frac{P}{nRT} \tag{22}$$

$$\Rightarrow \ln P = -\frac{\Lambda}{nR}\frac{1}{T} + konst. \tag{23}$$

Durch lineare Regression kann die Verdampfungswärme bestimmt werden.

Literatur

- W. Walcher: Praktikum der Physik; 9. Auflage
- M. Wegener: Vorlesung zur Physik III; Wintersemester 10/11
- Die Abbildungen 1, 2, 4 und 5 sind entnommen aus Walcher: Praktikum der Physik; 9. Auflage