

Versuchsdatum: 05.12.2011

Winkelkorrelation

Iris Conradi und Melanie Hauck
Gruppe 118

9. Dezember 2011

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	4
2	Experimenteller Aufbau und Durchführung	4
2.1	Vorüberlegungen	4
2.2	Durchführung	6
3	Auswertung Methode 1	6
3.1	Korrektur der Rohdaten	6
3.2	Bestimmung der Anisotropie und der Koeffizienten $\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4$	8
4	Auswertung Methode 2	9
5	Zusammenfassung	9

1 Theoretische Grundlagen

Bei einem Übergang von einem Zustand mit Spin J_1 zu einem Zustand mit Spin J_2 wird ein γ -Quant emittiert. Die Wahrscheinlichkeit in welchem Winkel Θ zur Quantisierungsachse das γ -Quant emittiert wird, hängt davon ab, welches Δm (magnetische Quantenzahl m) dem Übergang entspricht.

Wenn nun viele Übergänge beobachtet werden und dabei die Übergänge zu allen erlaubten Werten für Δm ($\Delta m = 0, \pm 1$) registriert werden konnten und die Übergänge mit den verschiedenen Δm auch in gleicher Wahrscheinlichkeit auftraten, dann stellt man fest, dass keine Winkelabhängigkeit der Emission vorhanden ist (isotrope Strahlung). Die Winkelabhängigkeit der verschiedenen Übergangstypen (charakterisiert durch den Wert für Δm) hebt sich also bei gleicher Auftrittswahrscheinlichkeit genau auf.

Wenn kein Magnetfeld angelegt ist, ist keine magnetische Quantenzahl ausgezeichnet, da die Quantisierungsachse dann frei gewählt werden kann. In diesem Fall findet man also isotrope Strahlung.

Anisotrope Strahlung kann erreicht werden, wenn bei einem, an dem Übergang beteiligten Zustand, bestimmte magnetische Quantenzahlen gegenüber anderen häufiger auftreten.

In diesem Versuch wird der Zerfall von ^{60}Co betrachtet. Dabei werden zwei γ -Quanten bei einem Übergang über einen Zwischenzustand ausgesendet. Die Quantisierungsachse wird in Richtung der Emission des ersten γ -Quants gewählt. Dadurch werden im Zwischenzustand Zustände mit bestimmten magnetischen Quantenzahlen ausgewählt. Die Zwischenzustände mit den anderen magnetischen Quantenzahlen treten nicht auf. Somit ist eine gleichmäßige Besetzung der Zustände nicht mehr gegeben, daher tritt anisotrope Strahlung auf.

2 Experimenteller Aufbau und Durchführung

2.1 Vorüberlegungen

Im Versuch werden wir eine Koinzidenzmessung durchführen. Wir haben zwei Detektoren. In diesen werden die beiden γ -Quanten detektiert.

In Abbildung 1 auf der nächsten Seite ist dargestellt, wie die beiden Detektoren ausgewertet werden.

Die Signale der Detektoren werden jeweils einzeln gezählt. Außerdem wird gezählt, ob

beide Detektoren gleichzeitig ein Ereignis aufgenommen haben. Die Verzögerungsglieder werden verwendet um eventuelle Laufzeitunterschiede ausgleichen zu können, sodass sichergestellt ist, dass die Ereignisse wirklich gleichzeitig stattfanden.

Die Detektoren werden in einem bestimmten Winkel Θ zueinander aufgestellt. Wenn nun in jedem Detektor eines der beiden γ -Quanten registriert wird, dann findet dies gleichzeitig statt und die Koinzidenz wird registriert. Im Versuch sollen die Koeffizienten

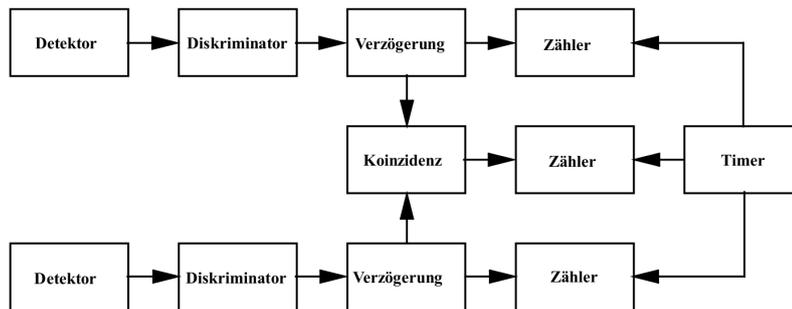


Abbildung 1: Koinzidenzmessung

der Korrelationsfunktion $K(\Theta)$ und die Anisotropie An bestimmt werden.

$$K(\Theta) = 1 + a_2 \cos^2 \Theta + a_4 \cos^4 \Theta \quad (1)$$

$$An = K(180) - 1 \quad (2)$$

Die Theoretischen Werte lauten $a_2 = 1/8$ und $a_4 = 1/24$. Wir führen dazu drei Messungen zu verschiedenen Winkeln durch (90° , 135° , 180°). Wobei auf jeden Fall der Winkel $\Theta = 90^\circ$ gemessen werden muss. Mit Hilfe dieser Messung kann K bestimmt werden.

$$K(\Theta) = \frac{\frac{d\sigma(\Theta)}{d\Omega}}{\frac{d\sigma(90)}{d\Omega}} \quad (3)$$

Somit findet man zwei Werte für K und können die Faktoren in Gleichung (1) bestimmt werden.

Außerdem soll noch die Auflösungszeit der Koinzidenz bestimmt werden. Diese ist folgendermaßen definiert.

$$\tau_A = \frac{N_Z}{N_1 \cdot N_2} \quad (4)$$

N_Z bezeichnet die Rate der zufälligen Koinzidenzen, also Koinzidenzen, die nicht auf zusammengehörige γ -Quanten zurückzuführen sind. Diese Rate können wir messen, indem

wir die Verzögerung der Signale viel zu hoch stellen, sodass die Koinzidenz nur noch zufällig sein kann.

2.2 Durchführung

Wir beobachteten mit einem Oszilloskop die Impulse des Detektors. Der maximale Impuls entspricht der Energie eines γ -Quants. Wenn der Impuls schwächer ist, ist die Energie des γ -Quants kleiner gewesen. Dies bedeutet, dass ein solches γ -Quant vor dem Eintritt in den Detektor gestreut wurde.

Um diese schon zuvor gestreuten γ -Quanten nicht in der Messung zu berücksichtigen, stellen wir am Diskriminator eine Energieschwelle von $2/3$ der Maximalenergie ein. Somit werden im Diskriminator nur für Signale hoher Energie Rechteckimpulse erzeugt. Dies macht es möglich, dass (möglichst) nur ungestreute γ -Quanten gezählt werden.

Die Messzeit wurde auf 400s gestellt. Wir haben nun nacheinander bei jedem Winkel zwei Messungen durchgeführt. Wir haben dabei die Ereigniszahlen der Detektoren und die Zahl der Koinzidenzen notiert. Anschließend haben wir noch zwei solche Durchgänge durchgeführt. Sodass wir zu jedem Winkel drei Messreihen mit jeweils zwei direkt hintereinander durchgeführten Messungen haben.

Außerdem haben wir eine Messung ohne Quelle durchgeführt, um die Untergrundstrahlung abzuschätzen.

Zur Bestimmung der zufälligen Koinzidenzen haben wir eine Messung über 40 min durchgeführt, bei der beide Verzögerungsglieder auf maximale Verzögerung gestellt werden. So haben wir eine Verzögerung von zweimal 66 ns erreicht.

Die aufgenommenen Daten sind dem Messprotokoll zu entnehmen.

3 Auswertung Methode 1

Die Ergebnisse der im Folgenden beschriebenen Rechnungen sind der Tabelle zu entnehmen, die dem Messprotokoll angehängt ist.

3.1 Korrektur der Rohdaten

Die am Detektor registrierten Ereigniszahlen N_j ($j = 1, 2, K$ bezeichnet die drei Zähler) sind poissonverteilt. Daher kann man den statistischen Fehler auf diese Messdaten mit $\sigma_{N_j} = \sqrt{N_j}$ annehmen.

Untergrund Um die Untergrundstrahlung zu korrigieren haben wir von jedem Messwert die entsprechende Ereigniszahl der Untergrundmessung $N_{U,j}$ abgezogen. Mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung kann man den Fehler auf den um den Untergrund korrigierten Wert folgendermaßen berechnen:

$$\sigma_{N_{j,k}} = \sqrt{\sigma_{N_j}^2 + \sigma_{N_{U,j}}^2} \quad (5)$$

Koinzidenzen Wie in der Aufgabenstellung beschrieben, bilden wir nun die sogenannte Koinzidenz κ als Quotient aus der Ereigniszahl der Koinzidenzen und dem Produkt der Ereigniszahlen der Detektoren. Dies soll messaufbaubezogene Fehler vermindern.

$$\kappa = \frac{N_k}{N_1 \cdot N_2} \quad (6)$$

Der statistische Fehler auf diese Größe wird wiederum mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet.

$$\sigma_\kappa = \sqrt{\left(\frac{1}{N_1 N_2}\right)^2 \sigma_{N_k}^2 + \left(\frac{-N_k}{N_1^2 N_2}\right)^2 \sigma_{N_1}^2 + \left(\frac{-N_k}{N_1 N_2^2}\right)^2 \sigma_{N_2}^2} \quad (7)$$

zufällige Koinzidenzen Die Messzeit für die zufälligen Koinzidenzen betrug 40 min. Die Ereigniszahlen dieser Messung müssen also mit Faktor $1/6$ verrechnet werden, um sie mit den anderen Messwerten vergleichbar zu machen.

Auch diese Werte haben wir um die Untergrundstrahlung korrigiert und anschließend die Koinzidenz κ_Z berechnet.

Dabei ergab sich ein Problem. Nach Abzug der Untergrundstrahlung hatten wir eine negative Ereigniszahl für N_k . Wir haben diesen Wert daher 0 gesetzt, da eine negative Ereigniszahl nicht sinnvoll ist. Den Fehler auf diesen Wert haben wir dennoch genauso berechnet. κ_Z entspricht der Auflösungszeit der Koinzidenzen (vgl. Gleichung (4)).

$$\tau_A = (0 \pm 1,4866 \cdot 10^{-9}) \cdot 400s = (0 \pm 0,595)\mu s \quad (8)$$

Beim Zerfall von ^{60}Co wird das zweite γ -Quant 0.7 ps nach dem ersten γ -Quant emittiert. Der Bestwert unserer Auflösungszeit ist 0. Doch der Fehlerbereich zeigt, dass sich die Auflösungszeit in einer μs -Skala befindet. Somit werden die γ -Quanten für unserem Versuch gleichzeitig emittiert, unsere Annahme ist erfüllt.

Nun korrigieren wir die Koinzidenzen κ um die zufälligen Koinzidenzen κ_Z .

$$\kappa_k = \kappa - \kappa_Z \quad (9)$$

Dies wirkt sich nicht auf den Bestwert aber auf den Fehler aus. Mit der Gausschen Fehlerfortpflanzung ergibt sich

$$\sigma_{\kappa_k} = \sqrt{\sigma_{\kappa}^2 + \sigma_{\kappa_Z}^2} \quad (10)$$

3.2 Bestimmung der Anisotropie und der Koeffizienten a_2, a_4

Wir haben nun die sechs korrigierten Koinzidenzen zu jedem Winkel gemittelt. Der Fehler auf diesen Wert ergibt sich folgendermaßen:

$$\sigma_{\kappa_M(\Theta)} = \frac{1}{6} \sqrt{\sum_{i=1}^6 \sigma_{\kappa_{k,i}(\Theta)}^2} \quad (11)$$

Korrelationsfunktion Die Korrelationsfunktion kann man mittels Gleichung (3) bestimmen. Für die differentiellen Wirkungsquerschnitte kann man die $\kappa_M(\Theta)$ verwenden. Diese sind proportional zu einander. Der Proportionalitätsfaktor ist alle Θ gleich, da wir zwei baugleiche Detektoren verwendet haben. Der Fehler auf den Wert für die Korrelationsfunktion ergibt sich wieder mit der Gausschen Fehlerfortpflanzung.

$$\sigma_{K(\Theta)} = \sqrt{\left(\frac{1}{\kappa_M(90^\circ)}\right)^2 \sigma_{\kappa_M(\Theta)}^2 + \left(\frac{-\kappa_M(\Theta)}{\kappa_M^2(90^\circ)}\right)^2 \sigma_{\kappa_M(90^\circ)}^2} \quad (12)$$

Die Anisotropie berechnet sich mit Hilfe von Gleichung (2). Der Fehler auf die Anisotropie entspricht dabei dem Fehler auf $K(180^\circ)$.

Wir haben zwei Werte für die Korrelationsfunktion. Dementsprechend finden wir für die Koeffizienten folgende Gleichungen (vgl. Gleichung (1)).

$$a_2 = -3 - K(180^\circ) + 4 \cdot K(135^\circ) \quad (13)$$

$$a_4 = 2 \cdot K(180^\circ) - 4 \cdot K(135^\circ) + 2 \quad (14)$$

Für die Fehler findet man folgende Gleichungen.

$$\sigma_{a_2} = \sqrt{\sigma_{K(180^\circ)}^2 + 16 \cdot \sigma_{K(135^\circ)}^2} \quad (15)$$

$$\sigma_{a_4} = \sqrt{4 \cdot \sigma_{K(180^\circ)}^2 + 16 \cdot \sigma_{K(135^\circ)}^2} \quad (16)$$

Die sich damit ergebenden Werte werden in Abschnitt 5 den Werte der Methode 2 gegenübergestellt.

4 Auswertung Methode 2

Hier werden die drei Messdurchläufe als unabhängig angesehen. Daher mitteln wir in jeder Messreihe die zwei Werte für $\kappa_k(\Theta)$. Damit erhalten wir wieder jeweils ein $\kappa_M(\Theta)$. Nun berechnen wir für jeden Durchlauf die Werte $K(135^\circ)$ und $K(180^\circ)$ aus den $\kappa_M(\Theta)$.

Aus diesen Werten können wir für jeden Durchlauf wie oben An , a_2 und a_4 berechnen. Zur Berechnung der Bestwerte mitteln wir je die drei Werte aus den Durchläufen. Den Gesamtfehler auf jede Größe erhalten wir aus der Standardabweichung dividert durch die Wurzel aus der Anzahl der Werte (hier $\sqrt{3}$).

5 Zusammenfassung

In Tabelle 1 sind die Ergebnisse aus beiden Methoden den theoretischen Werten gegenübergestellt.

	Methode 1	Methode 2	Theorie
a_2	$0,4770 \pm 0,3159$	$0,4746 \pm 0,0914$	0,1250
a_4	$-0,2668 \pm 0,3441$	$-0,2618 \pm 0,1120$	0,0417
An	$0,2102 \pm 0,0787$	$0,2128 \pm 0,0522$	0,1667

Tabelle 1: Ergebnisse der Auswertung

Man erkennt, dass die Bestwerte sehr schlecht zu den Theoriewerten passen. Bei Methode zwei liegt nur der Theoriewert für die Anisotropie im Fehlerbereich. Die Fehlerbereiche der Koeffizienten der Korrelationsfunktion reichen nicht annähernd an den Theoriewert heran.

Die Fehlerbereiche die sich bei Methode eins ergaben sind wesentlich größer. Die Bestwerte sind jedoch sehr ähnlich zu Methode zwei. Dies ist auch zu erwarten, da sie aus den gleichen Messdaten gewonnen werden.

Die Theoriewerte liegen hier im Fehlerbereich. Nur im Fall von a_2 liegt der Theoriewert nur knapp außerhalb des Fehlerbereiches.

Wenn mehr Messungen bei jedem Winkel durchgeführt werden, werden sich die Werte verbessern und die Fehler verkleinern, da die Fehler auf κ_M mit $1/\sqrt{N}$ skalieren. Mehrere Messungen für den Untergrund würden auch unser Problem bei der Bestimmung der zufälligen Koinzidenzen aufheben.